

ECUACIONES DIFERENCIALES EN LA EDUCACIÓN VIRTUAL: TEORÍAS, TECNOLOGÍAS Y BUENAS PRÁCTICAS

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

$$y - \frac{\partial y}{\partial t} + \Phi(\nu)$$



Daniel Steven Moran Pizarro



ECUACIONES DIFERENCIALES EN LA EDUCACIÓN VIRTUAL: TEORÍAS, TECNOLOGÍAS Y BUENAS PRÁCTICAS

Autor:

Daniel Steven Moran Pizarro

Grupo de investigación:

SIGCIENCY

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA (UNAD)

Jaime Alberto Leal Afanador

Rector

Constanza Abadía García

Vicerrectora académica y de investigación

Leonardo Yunda Perlaza

Vicerrector de medios y mediaciones pedagógicas

Edgar Guillermo Rodríguez Díaz

Vicerrector de servicios a aspirantes, estudiantes y egresados

Leonardo Evemeleth Sánchez Torres.

Vicerrector de relaciones intersistémicas e internacionales

Martha Viviana Vargas Galindo

Vicerrectora de inclusión social para el desarrollo regional y la proyección comunitaria

Claudio Camilo González Clavijo

Decano Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería (ECBTI)

Juan Sebastián Chiriví Salomón

Líder Nacional del Sistema de Gestión de la Investigación (SIGI)

Martín Gómez Orduz

Líder Sello Editorial UNAD

Ecuaciones diferenciales en la educación virtual: teorías, tecnologías y buenas prácticas

Autor: Daniel Steven Moran Pizarro

Grupo de investigación: SIGCIENTY

ISBN:

e-ISBN:

Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería

©Editorial

Sello Editorial UNAD

Universidad Nacional Abierta y a Distancia

Calle 14 Sur No. 14-23

Bogotá D.C.

Junio de 2026.

Corrección de textos:

Diseño de portada:

Diagramación:

Impresión:

Cómo citar este libro: Moran Pizarro, D. S. (2026). *Ecuaciones diferenciales en la educación virtual: teorías, tecnologías y buenas prácticas*. Sello Editorial UNAD. DOI PENDIENTE

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons–Atribución – No comercial – Sin Derivar 4.0 internacional. https://co.creativecommons.org/?page_id=13.



$$\sqrt{\sqrt{x}}$$



RESEÑA DEL LIBRO

Ecuaciones diferenciales en la educación virtual: teorías, tecnologías y buenas prácticas representa una contribución al campo de la educación matemática virtual surgida de la experiencia directa del autor como director nacional del curso de Ecuaciones Diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), además de su rol como líder de la Red Curricular de Lógica, Álgebra y Cálculo.

Esta obra documenta y analiza la transformación pedagógica implementada entre el 2023 y el 2025, donde hubo una evolución desde enfoques algorítmicos tradicionales hacia metodologías que integran múltiples registros de representación semiótica, herramientas computacionales avanzadas como Google Colab y estrategias de contextualización que conectan conceptos abstractos con aplicaciones auténticas.

El libro se fundamenta en un análisis bibliométrico exhaustivo de más de cien publicaciones académicas, rastreando cuatro décadas de evolución en educación matemática virtual. También, desarrolla marcos teóricos innovadores, como el constructivismo virtual adaptado y el marco de integración reflexiva, lo que proporciona principios prácticos para implementar tecnologías educativas al servicio de objetivos pedagógicos fundamentales.

Dirigido a educadores matemáticos, administradores educativos y desarrolladores de tecnología educativa, la obra aborda desafíos persistentes, como la desmotivación estudiantil, las brechas digitales y la evaluación auténtica en entornos virtuales, de manera que ofrece soluciones basadas en evidencia empírica.

Por otro lado, la relevancia de esta investigación pretende trascender las ecuaciones diferenciales para contribuir a conversaciones más amplias sobre el futuro de la educación matemática en la era digital para demostrar que la innovación tecnológica responsable puede democratizar el acceso a competencias matemáticas de alta calidad sin sacrificar el rigor académico.

RESEÑA DEL AUTOR

Daniel Steven Moran Pizarro es matemático colombiano, doctor en Ciencias Matemáticas por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (IPN) de México (CINVESTAV), donde desarrolló investigaciones en álgebra computacional y teoría de ideales. Posee una maestría en Ciencias Matemáticas por la Universidad Autónoma de Guerrero y una licenciatura en Matemáticas y Física por la Universidad del Valle, institución que le otorgó mención de tesis laureada por su trabajo *De la integral como herramienta a la integral como noción formal: de las cuadraturas a la integral de Cauchy*. Ha sido dos veces becario del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y ha realizado estancias de perfeccionamiento en instituciones como la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), la Universidad de Antioquia y Massachusetts University en Estados Unidos, donde asistió a varios seminarios y fue tutorado por el reconocido matemático David A. Cox, referente internacional en geometría algebraica y teoría de ideales.

Actualmente, se desempeña como director nacional del curso de Ecuaciones Diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), donde también ejerce como líder de la Red Curricular de Lógica, Álgebra y Cálculo. Ha ocupado cargos de dirección de programa y direcciones de curso; además, cuenta con una amplia experiencia docente en cursos de cálculo, álgebra lineal, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, epistemología y matemáticas avanzadas para ingeniería, con un enfoque particular en el análisis de Fourier y las transformadas integrales.

Lidera el semillero MATHINNOVA en la UNAD y desarrolla proyectos sobre pensamiento computacional, analítica del aprendizaje e innovación educativa en ambientes virtuales. Su producción científica inclu-

ye artículos en revistas indexadas como *AIMS Mathematics*, el *Journal of Industrial Information Integration*, entre otras, y capítulos de libro sobre aprendizaje profundo y aplicaciones computacionales. Ha sido ponente magistral en múltiples congresos nacionales e internacionales sobre educación matemática, historia de las matemáticas e inteligencia artificial. Sus líneas de investigación integran álgebra conmutativa, ciencia de datos, historia de las matemáticas y didáctica en entornos digitales, con un enfoque en el fortalecimiento de la educación superior STEM para América Latina.

AGRADECIMIENTOS

Mi corazón agradece a la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), por ser el espacio donde esta obra pudo tomar forma, porque fue aquí donde pude conocer el interesante vínculo entre las aulas virtuales y la comunidad académica, en la cual he encontrado un entorno que me ha permitido crecer como docente e investigador, con libertad, compromiso y espíritu crítico. Este libro es, en gran medida, el resultado de esa confianza institucional y de la posibilidad de ejercer la docencia desde una mirada transformadora centrada en la inclusión y el pensamiento crítico.

Gracias también a mis líderes, compañeros y compañeras del Centro de Innovación y Productividad (CIP) de la UNAD, en Cali, quienes, más allá de lo profesional, han sido una red de apoyo constante. Sus palabras de aliento en los momentos oportunos han sido un gran aliciente para continuar, incluso cuando las jornadas eran difíciles.

A mis colegas docentes: gracias. Ustedes han sido parte esencial de este camino. Compartir ideas en medio de un café, debatir estrategias en reuniones programadas (y no programadas) o, simplemente, escucharnos en medio de una larga semana ha sido parte de la inspiración para seguir construyendo conocimiento en colectivo. Este libro no se escribe desde la soledad de un escritorio, sino desde la compañía de esas voces que enriquecen, retan y acompañan.

Agradezco a todos los estudiantes que han pasado por mis aulas a lo largo de estos años. Cada pregunta, cada dificultad expresada, cada momento compartido ha enriquecido mi perspectiva como educador y ha influido directamente en el desarrollo de este trabajo. Estas experiencias de aprendizaje han sido una especie de laboratorio epistemológico vivo donde se han puesto a prueba las ideas y metodologías que aquí se presentan.

A mi familia, mi refugio siempre. Gracias por su paciencia, por respetar los silencios, por acompañarme incluso cuando no parecía estar del todo presente.

Y, finalmente, a quienes han aportado, aun sin saberlo: estudiantes, colegas, lectores del futuro. Este libro es también de ustedes, con la esperanza de que motive nuevas ideas, nuevas búsquedas, así como nuevas formas de enseñar y aprender matemáticas en los escenarios virtuales.

Daniel Steven Moran Pizarro.

Santiago de Cali, 2026.

DECLARACIÓN USO DE IA

En el desarrollo del presente libro se ha hecho uso responsable, transparente y delimitado de herramientas basadas en inteligencia artificial (IA), en concordancia con los principios éticos y académicos que rigen la producción intelectual en entornos educativos virtuales. A continuación, se detallan los aspectos específicos de su utilización:

Imágenes complementarias y portada. Todas las imágenes de carácter complementario que acompañan el libro fueron creadas mediante herramientas de IA generativa con el propósito de enriquecer visualmente los contenidos y mantener una coherencia estética en el diseño editorial. La portada fue realizada con herramientas de IA.

Imágenes con diagramas y textos. Las ilustraciones que contienen esquemas, diagramas o texto fueron elaboradas con herramientas de diseño gráfico vectorial, utilizando archivos SVG compilados a formato PNG. Para su elaboración, se usaron algunas herramientas de IA para mejora del código de lo establecido en código SVG.

Textos. Algunos apartados del texto fueron redactados inicialmente con el apoyo de modelos de lenguaje basados en IA con el objetivo de optimizar la redacción y mejorar la claridad de ciertos pasajes. Sin embargo, la investigación de base no fue realizada mediante IA, sino a partir de una estrategia de análisis bibliométrico y revisión de literatura científica.

Para ello, se emplearon herramientas especializadas, como Scopus, Web of Science, VOSviewer, Biblioshiny

en R y Tree of Science, así como bases de datos editoriales como Elsevier. Adicionalmente, se incorporaron documentos de construcción propia originados desde la dirección del curso de Ecuaciones Diferenciales y la Red Curricular de Lógica, Álgebra y Cálculo de la UNAD.

Esta declaración tiene como finalidad dejar constancia del alcance y límites del uso de herramientas de inteligencia artificial en la elaboración del presente libro, garantizando así su integridad científica y autoría académica.

CONTENIDO

Introducción.....	19
La génesis de una investigación.....	20
Una invitación personal	20
Estructura del libro	21
Una última reflexión antes de empezar	23

Capítulo 1

Antecedentes de investigación	25
1.1 Los primeros desafíos y búsquedas de solución	25
1.2 La era de las primeras simulaciones digitales	27
1.3 La revolución de los sistemas de álgebra computacional	28
1.4 El surgimiento de plataformas especializadas	29
1.5 La era de internet y el aprendizaje colaborativo	29
1.6 La consolidación de metodologías híbridas	31
1.7 La revolución de los sistemas de evaluación inteligente	32
1.8 La era de las herramientas colaborativas.....	34
1.9 El surgimiento de plataformas de gestión de aprendizaje especializadas.....	35
1.10 La revolución de la visualización interactiva.....	36
1.11 El impacto transformador de la pandemia de COVID-19	37
1.12 La era de la inteligencia artificial y el aprendizaje adaptativo	38
1.13 Plataformas modernas y ecosistemas integrados	39
1.14 Metodologías híbridas y aprendizaje personalizado	40
1.15 Tendencias emergentes y el futuro de la educación virtual.....	41

Capítulo 2

Fundamentos pedagógicos para la enseñanza de ecuaciones diferenciales en entornos virtuales	45
2.1 Constructivismo en la enseñanza virtual	46
2.2 Aprendizaje basado en tareas (ABT) con elementos contextualizadores	50
2.3 Hacia una pedagogía integradora	55
2.4 Hacia una <i>praxis</i> pedagógica coherente.....	58

Capítulo 3

Tendencias tecnológicas en educación virtual 61

- 3.1 Plataformas interactivas y recursos multimedia 63
- 3.2 Inteligencia artificial educativa 70
- 3.3 Gamificación del aprendizaje 76
- 3.4 Realidad aumentada y virtual 82
- 3.5 Perspectivas de integración y desafíos emergentes 93
- 3.6 Reflexiones críticas y direcciones futuras 100

Capítulo 4

Diseño de actividades y estrategias interactivas

- 4.1 Fundamentos teóricos: los registros de representación semiótica de Duval 106
- 4.2 Simulaciones y laboratorios virtuales 107
- 4.3 Evaluaciones gamificadas y dinámicas 112
- 4.4 Aprendizaje basado en tareas y modelado 116
- 4.5 Visualización y comprensión conceptual 118
- 4.6 Evolución hacia herramientas computacionales avanzadas: el caso de Google Colab 121
- 4.7 Espacios colaborativos y foros de discusión 127
- 4.8 Síntesis: hacia un diseño integrado de actividades interactivas 129

Capítulo 5

Buenas prácticas docentes 133

- 5.1 Diseño pedagógico intencionado y herramientas digitales 135
- 5.2 Interacción significativa y construcción de comunidad 140
- 5.3 Evaluación formativa y retroalimentación oportuna 143
- 5.4 Equidad digital y personalización del aprendizaje 148

Capítulo 6

Desafíos y posibles soluciones en

la enseñanza virtual 155

- 6.1 Desmotivación y baja participación estudiantil .. 157
- 6.2 Brechas digitales y barreras de accesibilidad 162
- 6.3 Obstáculos en la comunicación del
pensamiento matemático 166
- 6.4 Evaluación virtual y riesgos de
deshonestidad académica 170
- 6.5 Desarrollo profesional docente en
contextos virtuales 175

Conclusiones y recomendaciones 181

- La transformación silenciosa: de la simulación
a la comprensión 182
- El constructivismo virtual adaptado:
redescubriendo la construcción de conocimiento 183
- La teoría de Duval en acción: registros de
representación cobrando vida 184
- De lo algorítmico a lo interpretativo:
el caso de Google Colab 185
- La comunidad como constructo pedagógico 185
- Los desafíos persistentes: cuando la tecnología
no es suficiente 186
- La evaluación auténtica: más allá de la verificación
de respuestas 187
- El rol de educador transformador 188
- La integración reflexiva: un marco para
la innovación responsable 189
- Perspectivas de futuro: hacia ecosistemas
de aprendizaje adaptativos 190
- Recomendaciones fundamentales
principios para la acción 191
- La dimensión ética: educación com
acto de esperanza 194
- Reflexión personal: lo que he aprendido del viaje 194
- La invitación final: educación como construcción
colectiva 195

Referencias 199

Lista de Figuras

Figura 1.	Representación de la incorporación de herramientas computacionales en la resolución de ecuaciones diferenciales.....	26
Figura 2.	Representación del aprendizaje colaborativo en entornos virtuales para ecuaciones diferenciales	31
Figura 3.	Representación de sistemas inteligentes de apoyo para el aprendizaje de ecuaciones diferenciales	39
Figura 4.	Línea de tiempo: evolución de la educación virtual en ecuaciones diferenciales y la incorporación progresiva de tecnologías digitales, inteligencia artificial y entornos interactivos de aprendizaje	44
Figura 5.	Representación del análisis cualitativo de ecuaciones diferenciales en ambientes virtuales de aprendizaje.....	50
Figura 6.	Representación del modelado matemático de fenómenos epidemiológicos mediante ecuaciones diferenciales	55
Figura 7.	Representación de la integración entre interpretación gráfica, modelado matemático y solución analítica en ecuaciones diferenciales	66
Figura 8.	Representación de la analítica del aprendizaje y la interacción colaborativa en entornos de aprendizaje en ecuaciones diferenciales	68
Figura 9.	Representación de la inteligencia artificial como apoyo pedagógico en la enseñanza virtual de ecuaciones diferenciales	73
Figura 10.	Representación de estrategias de gamificación y aprendizaje interactivo en entornos virtuales para ecuaciones diferenciales.....	76
Figura 11.	Representación del uso de realidad aumentada y realidad virtual en la enseñanza de ecuaciones diferenciales	82
Figura 12.	Representación de la convergencia entre inteligencia artificial, conectividad 5G y tecnologías inmersivas en la educación virtual de ecuaciones diferenciales.....	93
Figura 13.	Marco de integración reflexiva para la incorporación de tecnologías educativas en la educación virtual	103
Figura 14.	Representación de actividades evaluativas desarrolladas en el curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD) en 2023	108
Figura 15.	Representación de actividades de modelación matemática y análisis cualitativo desarrolladas en el curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD) en 2024	109



Figura 16.	Representación del planteamiento y modelación de problemas de crecimiento poblacional mediante ecuaciones diferenciales en la UNAD	110
Figura 17.	Representación de actividades interactivas desarrolladas en webconferencias del curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)	113
Figura 18.	Representación de recursos didácticos para la interpretación cualitativa de tasas de cambio con ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD).....	115
Figura 19.	Representación de preguntas orientadoras para el desarrollo de procesos de modelación y análisis con ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD).....	116
Figura 20.	Guía de actividades para la resolución de problemas de aplicación mediante ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)	119
Figura 21.	Representación de actividades desarrolladas en webconferencias para la interpretación de campos de direcciones en ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)	120
Figura 22.	Guía institucional para el modelado y resolución de ecuaciones diferenciales de orden superior en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)	122
Figura 23.	Portada de la guía <i>Solución de ecuaciones diferenciales mediante Google Colab</i> desarrollada para estudiantes del curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)	123
Figura 24.	Póster académico de autoría propia sobre la transformada de Laplace como herramienta para la resolución de ecuaciones diferenciales en ingeniería, elaborado en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)	126
Figura 25.	Diseño integrado de actividades y estrategias interactivas para la enseñanza virtual de ecuaciones diferenciales en la UNAD articulando registros de representación semiótica, herramientas computacionales y metodologías activas de aprendizaje	129
Figura 26.	Representación del trabajo colaborativo y la mediación tecnológica en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	134
Figura 27.	Representación de entornos digitales y recursos tecnológicos para el aprendizaje de las matemáticas y las ecuaciones diferenciales	138
Figura 28.	Elementos que favorecen la interacción significativa en ambientes virtuales de aprendizaje matemático integrando presencia docente, colaboración entre pares, construcción de comunidad y compromiso con el contenido	141

Figura 29.	Modelo de integración entre retroalimentación automatizada e intervención humana para el acompañamiento adaptativo en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales	147
Figura 30.	Representación del aprendizaje colaborativo y el uso de tecnologías digitales en la enseñanza contemporánea de las matemáticas.....	150
Figura 31.	Representación simbólica de la convergencia entre pensamiento matemático, conectividad digital y tecnologías emergentes en los ecosistemas virtuales de aprendizaje.....	156
Figura 32.	Ciclo de revinculación en la educación matemática virtual, articulando motivación sostenida, construcción de comunidad y fortalecimiento de la agencia matemática para favorecer la permanencia estudiantil	160
Figura 33.	Representación de la inclusión digital y la mediación tecnológica en el aprendizaje de las matemáticas en entornos virtuales.....	165
Figura 34.	Representación de barreras comunicativas y estrategias de apoyo para el fortalecimiento del pensamiento matemático en entornos virtuales de aprendizaje.....	168
Figura 35.	Representación del equilibrio entre evaluación académica, recursos digitales y procesos colaborativos en la educación matemática virtual	173
Figura 36.	Evolución del desarrollo profesional docente en educación matemática virtual: desde enfoques tradicionales hasta modelos de pedagogía digital centrados en la integración tecnológica, la reflexión pedagógica y el aprendizaje continuo.....	177



INTRODUCCIÓN

Cuando comencé a escribir este libro, no imaginé que el proceso se convertiría en una de las experiencias más transformadoras de mi carrera como educador matemático. Lo que comenzó como una inquietud práctica sobre cómo enseñar mejor las ecuaciones diferenciales en entornos virtuales se convirtió en una reflexión permanente sobre el futuro de la educación en matemáticas y el papel que todos nosotros, como educadores, jugamos en dicha transformación.

Durante los últimos tres años, he tenido el privilegio de servir como director nacional del curso de Ecuaciones Diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD); una experiencia enriquecida enormemente por mi rol como líder de la Red Curricular de Lógica, Álgebra y Cálculo. Desde estas posiciones, he sido testigo de una revolución silenciosa pero profunda en cómo nuestros estudiantes aprenden matemáticas cuando las fronteras tradicionales del aula se disuelven y emergen nuevas posibilidades pedagógicas.

Este libro nace de esa experiencia vivida, pero también de una convicción profunda: que podemos hacer mejor las cosas. Como solía reflexionar en mis conversaciones con Juan Carlos López durante mi tiempo como director del programa de Matemática Aplicada en la Universidad de Pamplona —donde también tuve la oportunidad de orientar los cursos de última formación en matemáticas para ingeniería—: “Seguimos enseñando matemáticas del siglo XIX, con profesores del siglo XX, para estudiantes del siglo XXI”. Esta paradoja temporal, que emergió de nuestros diálogos académicos, no es solo una anécdota curiosa; es un desafío existencial que define gran parte de nuestra realidad educativa contemporánea.

La génesis de una investigación

Para fundamentar esta reflexión práctica, me embarqué en un análisis bibliométrico riguroso del estado del arte en educación virtual matemática. Se revisaron más de cien publicaciones académicas para rastrear tendencias investigativas desde 1985 hasta el 2025 (primera sorpresa para mí: ¡cuarenta años de evolución!), y se ha documentado la evolución desde los primeros experimentos con simulaciones computacionales hasta los múltiples ecosistemas de la inteligencia artificial que caracterizan nuestro momento actual.

Lo que he podido encontrar ha sido fascinante y, a la vez, inquietante. Por un lado, la evidencia confirma que vivimos en una época de posibilidades pedagógicas sin precedentes: las tecnologías digitales nos ofrecen herramientas para visualizar conceptos abstractos, facilitar colaboración global, personalizar experiencias de aprendizaje e idear formas de evaluación que capturan competencias más ricas y transferibles que cualquier cosa que hayamos tenido antes.

Por otro lado, la misma evidencia revela que estas posibilidades permanecen en gran medida sin explorar en la práctica cotidiana de la educación en matemáticas. La brecha entre lo que sabemos que es posible y lo que realmente implementamos en nuestras aulas virtuales es inmensa y, siendo sincero, inaceptable.

Una invitación personal

Este libro es, ante todo, una invitación. Le invito a acompañarme en una lectura que trasciende consideraciones técnicas para adentrarse en preguntas fundamentales sobre qué significa aprender y enseñar matemáticas en una era donde las posibilidades están limitadas más por nuestra imaginación pedagógica que por restricciones tecnológicas.

No quiero escribir desde la torre de marfil de la teoría abstracta, sino desde la práctica educativa real. Cada propuesta, reflexión y recomendación que encontrará en estas páginas ha sido forjada en la experiencia, con estudiantes reales que llegan a nuestras aulas virtuales con historias complejas, necesidades diversas y aspiraciones que merecen nuestro respeto y nuestro mejor esfuerzo pedagógico.

Mi propósito al escribir este libro es múltiple, pero puede resumirse en una aspiración central: quiero contribuir a una conversación más rica, más informada, pero

sobre todo más urgente sobre cómo podemos aprovechar el potencial transformador de las tecnologías digitales para democratizar el acceso a competencias matemáticas de alta calidad sin sacrificar el rigor intelectual, lo cual define la excelencia en nuestra disciplina.

Quiero desafiar la falsa dicotomía entre tradición e innovación que paraliza muchas discusiones educativas contemporáneas. Las mejores prácticas pedagógicas que se documentan en este libro no emergen del abandono de principios pedagógicos probados, sino de su aplicación creativa e intencional en contextos tecnológicamente mediados.

También espero ofrecer una perspectiva que honre tanto la complejidad técnica de las herramientas digitales como la complejidad humana de los procesos de aprendizaje. Las soluciones más prometedoras para los desafíos de la educación matemática virtual no son puramente tecnológicas ni puramente pedagógicas, sino que emergen de una sinergia, de una integración reflexiva de ambas dimensiones.

Estructura del libro

El primer capítulo le llevará a través de cuatro décadas de evolución en educación matemática virtual, desde los pioneros experimentos con simulaciones computacionales hasta los ecosistemas de inteligencia artificial actual. Aquí, establecemos el contexto histórico que nos ayuda a comprender no solo dónde estamos, sino cómo llegamos hasta aquí y hacia dónde podríamos dirigirnos. Esta perspectiva histórica es fundamental, porque nos permite reconocer que las innovaciones más prometedoras de hoy se han construido sobre décadas de experimentación y refinamiento pedagógico.

A partir de esta base histórica, el segundo capítulo explora los fundamentos pedagógicos que sustentan una educación matemática virtual efectiva. Aquí, desarrollamos lo que se podría conceptualizar como constructivismo virtual adaptado y examinamos cómo el aprendizaje basado en tareas (ABT) puede enriquecerse con elementos contextualizadores que lo transforman en una herramienta poderosa para el aprendizaje significativo. Es en esta sección donde comenzamos a ver cómo la teoría educativa se adapta y evoluciona cuando se encuentra con las posibilidades específicas de los entornos digitales.

El tercer capítulo analiza las tendencias tecnológicas que están definiendo el futuro de la educación virtual: plataformas interactivas, inteligencia artificial educativa, gamificación del aprendizaje, tecnologías inmersivas, etcétera. Pero más que un catálogo, este capítulo es una reflexión crítica sobre cómo integrar estas herramientas al servicio de objetivos pedagógicos fundamentales. La tecnología, por impresionante que sea, solo tiene valor educativo cuando amplifica nuestra capacidad para facilitar aprendizaje auténtico.

En el cuarto capítulo, la reflexión teórica se encuentra con la práctica concreta. Para ello, documentamos la transformación que hemos implementado en la UNAD, mostrando cómo la teoría se materializa en experiencias de aprendizaje específicas. Veremos cómo ha sido la evolución desde ejercicios algorítmicos tradicionales hacia actividades que integran múltiples registros de representación semiótica, facilitan la exploración conceptual y conectan las matemáticas con aplicaciones auténticas. Este capítulo es especialmente importante, porque demuestra que las ideas no se quedan en el papel, sino que pueden transformar la experiencia real de estudiantes reales.

Entretanto, el quinto capítulo es, en muchos sentidos, el corazón del libro. En este, exploramos lo que significa ser educador en la era digital, cómo construir comunidades de aprendizaje virtual, además de cómo desarrollar competencias para la facilitación de experiencias educativas que sean simultáneamente más personalizadas y colaborativas de lo que habríamos imaginado. Es una reflexión íntimamente ligada a la transformación de la identidad docente en un mundo donde nuestro rol evoluciona constantemente.

El sexto capítulo aborda con honestidad los obstáculos persistentes que enfrentamos: desmotivación estudiantil, brechas digitales, dificultades en la comunicación del pensamiento matemático, riesgos de deshonestidad académica y necesidades de desarrollo profesional docente. Cada desafío se examina no solo como un problema por resolver, sino como una oportunidad para la innovación responsable, porque la transformación educativa auténtica requiere reconocer tanto las posibilidades como las limitaciones de nuestro momento histórico.

Por último, el apartado correspondiente a las conclusiones sintetiza lo aprendido y ofrece orientaciones concretas para educadores, instituciones y creadores de políticas públicas que buscan participar de forma responsable en esta transformación. Pero más que un conjunto de recomendaciones, se trata de una invitación a la re-

flexión continua y a la experimentación responsable que pueda contribuir a la construcción colectiva de un futuro más prometedor para la educación matemática.

Una última reflexión antes de empezar

Mientras escribía y compilaba muchas cosas ya escritas, me di cuenta de que estaba documentando no solo una historia de una transformación pedagógica, sino también parte de mi experiencia y transformación como docente. Las ideas que encontrará aquí emergen de una tensión necesaria entre la ambición de crear experiencias educativas transformadoras y la humildad que debemos tener para reconocer que siempre estamos aprendiendo, experimentando y refinando nuestras propias aproximaciones.

Este libro no pretende ofrecer respuestas definitivas a preguntas complejas; en cambio, aspira a enriquecer las conversaciones que todos necesitamos tener sobre el futuro de la educación matemática, a proporcionar evidencia que pueda informar decisiones pedagógicas y a inspirar la experimentación responsable que honre tanto la elegancia intelectual de las matemáticas como las expectativas de cada uno de nuestros estudiantes que llegan a nuestras aulas virtuales.

Le invito a leer estas páginas no como verdades incuestionables, sino como propuestas para el diálogo, evidencia para la reflexión y estímulo para su propia experimentación pedagógica. Porque al final del día, la transformación de la educación matemática no se logrará con esfuerzos individuales, sino a través de la construcción colectiva de conocimiento pedagógico que emerge cuando educadores comprometidos compartimos nuestras experiencias, desafiamos las suposiciones mutuas y colaboramos en la creación de futuro más prometedor para todos nuestros estudiantes.

Bienvenido a este viaje. Espero que encuentre en estas páginas no solo información útil, sino también inspiración para seguir siendo el educador transformador que nuestros estudiantes necesitan y merecen.



ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN

La historia de la enseñanza de ecuaciones diferenciales en entornos virtuales es, en esencia, la historia de una búsqueda constante por hacer tangible lo intangible, por transformar abstracciones matemáticas en experiencias comprensibles y significativas para generaciones de estudiantes. Esta narrativa comenzó mucho antes de que existiera internet tal como lo conocemos hoy, arraigada en los desafíos fundamentales que los educadores matemáticos han enfrentado durante siglos al intentar transmitir conceptos que, por su propia naturaleza, escapan a la intuición inmediata.

1.1 Los primeros desafíos y búsquedas de solución

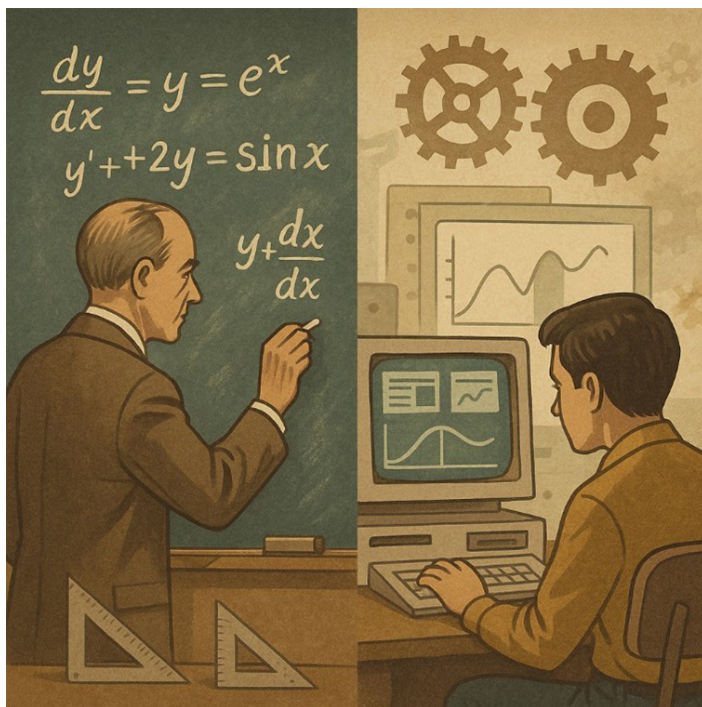
Durante la mayor parte del siglo XX, la enseñanza de ecuaciones diferenciales se caracterizó por su dependencia casi exclusiva de métodos analíticos tradicionales y representaciones estáticas en donde el docente “llenaba el tablero”. Los estudiantes se enfrentaban a un mundo de símbolos, derivadas e integrales que parecían existir en un plano completamente separado de la realidad física que estos conceptos matemáticos estaban diseñados para describir. La desconexión entre la elegancia teórica de las ecuaciones diferenciales y su aplicabilidad práctica creó una brecha que los educadores comenzaron a reconocer como un obstáculo fundamental para el aprendizaje efectivo.

Fue en este contexto que surgieron las primeras experimentaciones con tecnologías alternativas. Bold y Tan (1985) representaron una de las primeras incursiones

documentadas en el uso de tecnología computacional para la enseñanza de simulación de sistemas, proponiendo un enfoque híbrido donde una computadora digital se usaba para simular una computadora analógica, que luego era programada por el usuario (ver figura 1). Esta aproximación mantenía la simplicidad del enfoque de computadora analógica, pero removía las limitaciones impuestas por la electrónica analógica, lo que permitía la simulación de sistemas bastante complejos que involucraban ecuaciones diferenciales acopladas y no lineales que serían intratables en una computadora analógica “real”.

Esta primera experiencia fue reveladora en múltiples aspectos. No solo demostró que era posible utilizar tecnología computacional para hacer más accesibles conceptos complejos, sino que también estableció un gran precedente: la tecnología no debía ser vista como un reemplazo de la comprensión fundamental, sino como un amplificador de las capacidades pedagógicas tradicionales. Esta filosofía se convertiría en un hilo conductor que atravesaría décadas de desarrollo posterior, que nos acompaña desde la antigüedad hasta nuestros días.

Figura 1. Representación de la incorporación de herramientas computacionales en la resolución de ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

1.2 La era de las primeras simulaciones digitales

A medida que avanzaron los años ochenta y noventa, la disponibilidad creciente de computadoras personales comenzó a abrir nuevas posibilidades para la educación matemática. Sin embargo, la transición no fue inmediata ni uniforme. Los primeros experimentos estuvieron marcados por limitaciones técnicas significativas: las computadoras eran lentas, los gráficos primitivos y la curva de aprendizaje para utilizar *software* especializado era empinada tanto para profesores como para estudiantes.

Durante este período, los educadores comenzaron a reconocer que las ecuaciones diferenciales no eran simplemente herramientas matemáticas abstractas, sino que representaban el lenguaje fundamental a través del cual la naturaleza expresa sus patrones dinámicos. Esta perspectiva transformó gradualmente la manera en que se conceptualizaba la enseñanza de estos cursos: ya no se trataba simplemente de enseñar técnicas de solución, sino de ayudar a los estudiantes a desarrollar una intuición profunda sobre el comportamiento de sistemas dinámicos.

La década de los noventa marcó un punto de inflexión crucial con la llegada de internet y las primeras interfaces gráficas de usuario verdaderamente accesibles. Hamza et al. (2000) representaron esta transición al desarrollar módulos educativos interactivos que empleaban técnicas igualmente interactivas en la web, diseñados específicamente para la plataforma Unix y posteriormente adaptados para Windows. Su trabajo pionero en el uso de formularios HTML interactivos, donde los datos de entrada y salida se procesaban usando programas CGI escritos en PERL ayudó a establecer muchos de los principios que seguirían siendo relevantes décadas después.

Lo que hizo particularmente significativo este desarrollo fue el reconocimiento de que las herramientas educativas virtuales debían ser accesibles no solo a nivel técnico, sino también pedagógico. Los módulos desarrollados por Hamza et al. (2000) permitían el cálculo de valores de gravedad en la superficie del globo terráqueo de un rango de latitudes especificado por el usuario, sirviendo como un punto de partida conveniente para enseñar la variación latitudinal de campos gravitacionales relacionados con la geometría y rotación de la Tierra. Este enfoque de comenzar con

fenómenos observables y progresivamente introducir la complejidad matemática se convertiría en un modelo ampliamente adoptado.

1.3 La revolución de los sistemas de álgebra computacional

El cambio de milenio trajo consigo una transformación fundamental en las herramientas disponibles para la educación matemática. Los sistemas de álgebra computacional como Mathematica, Maple y MATLAB comenzaron a evolucionar desde herramientas especializadas para investigadores hacia plataformas más accesibles para la educación. Esta transición no fue solo tecnológica; también significó un cambio paradigmático en la forma en que se conceptualizaba la relación entre computación y comprensión matemática.

Al respecto, Wass (2005) documentó esta evolución al describir cómo Mathematica Navigator se había convertido en una de las adiciones más recientes a la línea de libros que, mediante explicación y ejemplo, facilitaban el uso de uno de los programas matemáticos simbólicos/numéricos más populares. Su trabajo destacó que Mathematica tenía muchas características que podían ayudar al nuevo usuario a operar sus convenciones de programación únicas, incluyendo un cuadro conciso, expresando multiplicación solo por un espacio o asterisco, además de reglas realmente divertidas de corchetes/paréntesis/llaves.

Esta aparente simplicidad técnica ocultaba una revolución pedagógica más profunda: por primera vez en la historia, los estudiantes podían interactuar directamente con ecuaciones diferenciales complejas sin quedar atrapados en los detalles computacionales tediosos que anteriormente consumían la mayor parte del tiempo de clase. Esto liberó a los educadores para enfocarse en la comprensión conceptual, la interpretación de resultados y la conexión entre modelos matemáticos y fenómenos del mundo real.

Navaee (2004) capturó este espíritu transformador en su exploración de LabVIEW como herramienta educativa, enfocándose específicamente en las capacidades de programación de LabVIEW en lugar de su utilidad tradicional en adquisición de datos y mediciones de laboratorio. Su trabajo demostró que todas las herramientas y construcciones esenciales e importantes necesarias para desarrollar soluciones a problemas clásicos de ingeniería estaban incluidas en este **software**, entre las cuales se encontraban capacidades para configurar varias estructuras condicionales, bucles y estructuras de caso; manejo especial de operaciones de **arrays** y matrices;

resolución de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, resolución de ecuaciones diferenciales, diferenciación e integración de funciones, cálculo de ceros de funciones, así como realizar una serie de otras tareas computacionales importantes.

1.4 El surgimiento de plataformas especializadas

A medida que avanzó la primera década del nuevo milenio, surgió una nueva generación de plataformas diseñadas de forma específica para la educación matemática virtual. No se trataba solo de adaptaciones de **software** existente, sino de sistemas contruidos desde cero con la pedagogía como consideración primaria.

En ese contexto, Ribando et al. (1999) representaron esta nueva ola de innovación con su transformación de un curso de transferencia de calor de pregrado, para lo cual pasaron de un formato de conferencia hacia lo que llamaron un “modelo de estudio parcial”. Su enfoque reemplazó una hora de conferencia por semana con una sesión práctica de dos horas en un aula equipada con una computadora para cada par de estudiantes. El trabajo de estudio giraba en torno a una **suite** de módulos de enseñanza que habían desarrollado para uso en sus cursos de transferencia de calor y masa tanto en pregrado como en posgrado.

Lo que hizo revolucionario este enfoque fue su integración de algoritmos numéricos basados en investigación que resolvían las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales en tiempo real. Varios de los módulos podían considerarse “laboratorios virtuales”; es decir, permitían a los estudiantes tomar datos de la pantalla de la computadora para posprocesamiento, como si trabajaran en un laboratorio real extremadamente bien equipado. Otros daban la opción de realizar docenas de cálculos de “qué pasaría si” rápidamente, invitando a su uso en el proceso de diseño.

Esta filosofía de “laboratorios virtuales” se extendió rápidamente a otras disciplinas. Chan et al. (1995) desarrollaron un simulador de transitorios electromecánicos de sistemas de potencia en tiempo real en la Universidad de Bath, expandiendo su uso desde un proyecto orientado a la investigación hacia una herramienta práctica tanto para enseñanza de pregrado como para aplicaciones de sistemas de potencia en línea. Este trabajo demostró que las simulaciones en tiempo real podían capturar la complejidad de sistemas reales mientras mantenían la accesibilidad necesaria para propósitos educativos.

1.5 La era de internet y el aprendizaje colaborativo

El desarrollo de internet como plataforma educativa viable marcó otro punto de inflexión clave en la evolución de la educación virtual en ecuaciones diferenciales. Ya no se trataba solo de utilizar computadoras como herramientas de cálculo más sofisticadas, sino de crear entornos de aprendizaje verdaderamente interactivos y colaborativos que trascendían las limitaciones físicas del aula tradicional (ver figura 2).

Dicha transición fue ejemplificada por Nippert (2001), quien desarrolló una simulación de destilación binaria dinámica en tiempo real para instrucción basada en web. El autor abordó los problemas únicos de la destilación dinámica debido al gran número de ecuaciones diferenciales que debían resolverse simultáneamente, para lo cual ideó un modelo simplificado que simulaba la operación dinámica de la destilación de isopropanol/agua, lo que incluía todos los aspectos de la operación por lotes, comenzando desde el arranque en frío a través del arranque, operación de reflujo total, producción de producto, hasta el apagado.

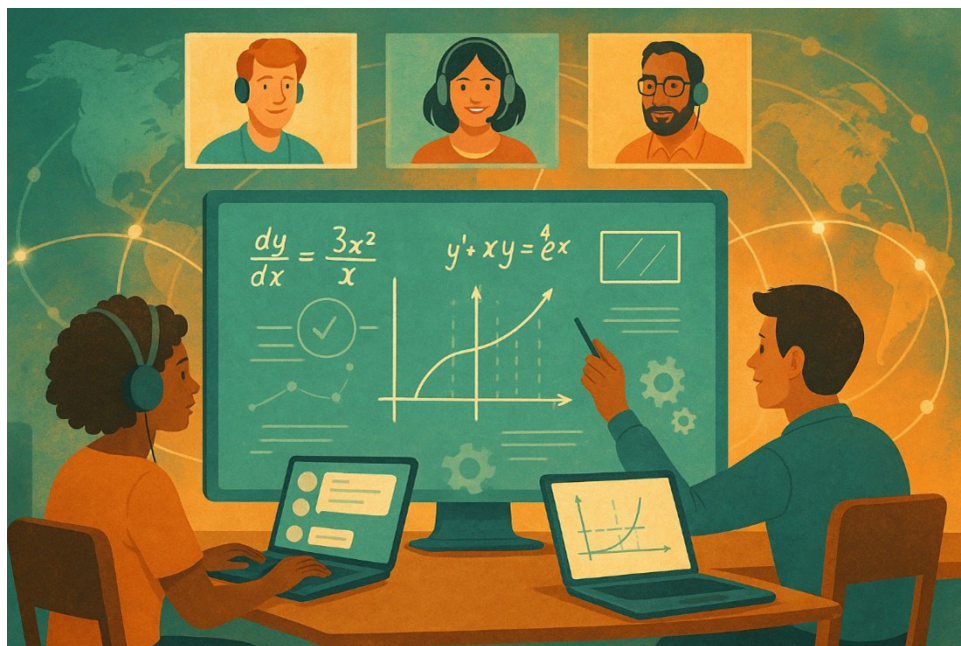
Este desarrollo fue particularmente significativo debido a su reconocimiento de que la simulación en tiempo real de procesos complejos era esencial para la instrucción basada en web. A pesar de numerosas simplificaciones, el modelo preservaba las características esenciales para una simulación en tiempo real, y todo el *applet* era de solo aproximadamente 70K, haciéndolo viable para instrucción de laboratorio basada en internet en una época donde el ancho de banda era una consideración crítica.

De forma paralela, Kofránek et al. (2001) desarrollaron el simulador de entrenamiento médico multimedia GOLEM para aprender diagnósticos y terapia de trastornos clínicos críticos. La base teórica del simulador era la formulación matemática de la relación de homeostasis del entorno interno, respiración, circulación y riñones, incluyendo influencia regulatoria de hormonas relevantes y la influencia de algunos procedimientos terapéuticos. La descripción matemática consistía en treinta y nueve ecuaciones diferenciales no lineales; además, contenía ochenta y nueve variables de entrada y ciento setenta y nueve de salida.

La innovación de este trabajo radica en su demostración de que las ecuaciones diferenciales podían ser utilizadas no solo para enseñar matemáticas, sino para crear simulaciones realistas de sistemas complejos en otras disciplinas. La integración de componentes multimedia, hipertexto e interfaz de modelos de simulación se logró

utilizando Control Web, desarrollado por Moravian Instruments, originalmente diseñado para controles de larga distancia usando PC e Internet.

Figura 2. Representación del aprendizaje colaborativo en entornos virtuales para ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

1.6 La consolidación de metodologías híbridas

A medida que avanzó la primera década del siglo XXI, se hizo evidente que el futuro de la educación virtual en ecuaciones diferenciales no residía en reemplazar por completo los métodos tradicionales, sino en crear metodologías híbridas que combinaran lo mejor de ambos mundos. Esta realización condujo al desarrollo de enfoques más sofisticados que integraban elementos presenciales y virtuales de maneras innovadoras.

Así, Nagchaudhuri (2000) representó esta evolución con su análisis dinámico de un mecanismo de corredera de manivela, donde estudiantes de pregrado de ingeniería de nivel júnior realizaron un estudio independiente piloto que incluía el desarrollo

de diagramas de cuerpo libre y diagramas cinéticos de componentes individuales del mecanismo de corredera de manivela, desarrollo de ecuaciones diferenciales no lineales de movimiento de un mecanismo de corredera de manivela impulsado por un motor de corriente continua, y simulación de movimiento usando programas de *software*.

Su uso de técnicas de análisis numérico estándar usando MATLAB y el entorno de prototipado virtual proporcionado por el *software* Working Model demostró que ambos entornos de simulación producían resultados similares. Sin embargo, la visualización del movimiento usando esta última plataforma proporcionaba una excelente correspondencia entre las matemáticas abstractas y una animación realista de la realidad física. El éxito del proyecto y la retroalimentación estudiantil sugirieron que la integración de estas herramientas de *software* sería beneficiosa para mejorar el rendimiento estudiantil en el curso de dinámica que todos los estudiantes de pregrado de ingeniería mecánica deben emprender.

De igual manera, Kazachkov et al. (2003) extendieron esta filosofía al desarrollar una plataforma de aprendizaje interactiva para tecnología energética desde una perspectiva de aprendizaje permanente global, utilizada tanto para dar conferencias como para autoestudio por parte de alumnos en varios cursos en el Departamento de Tecnología Energética en el Real Instituto de Tecnología (KTH) de Estocolmo. El objetivo principal de la plataforma era mejorar el aprendizaje proporcionando a estudiantes y profesores las herramientas multimedia necesarias.

Además, la plataforma contenía secciones teóricas en forma de varias e-páginas para cada capítulo disponible, con un número significativo de simulaciones interactivas relacionadas, películas, animaciones, ejercicios de laboratorio virtual, visitas de estudio y estudios de casos realistas. Elementos como la información de fondo significativa relacionada con el desarrollo histórico en el campo, una visualización de componentes existentes, nomenclatura, diccionario multilingüe y palabras clave; preguntas para autoevaluación y exámenes, un grupo de comunicación electrónica y una base de datos local de “éxitos y fracasos” del usuario mejoraron el proceso de aprendizaje de manera significativa.

1.7 La revolución de los sistemas de evaluación inteligente

Hacia mediados de la década del 2000, surgió una nueva frontera en la educación virtual: el desarrollo de sistemas de evaluación inteligente que podían no solo pre-

sentar problemas a los estudiantes, sino también adaptarse de forma dinámica a sus necesidades y proporcionar retroalimentación personalizada en tiempo real.

En ese sentido, Yang et al. (2005) fueron pioneros en este enfoque con su herramienta de generación y evaluación de tareas en línea para sistemas lineales. Su *suite* en línea utilizaba PHP, HTML, Java y PostgreSQL para generar y evaluar problemas de tareas en las áreas de números complejos, señales, respuesta transitoria, series de Fourier y transformadas de Fourier. Las características y beneficios de este enfoque incluían una interfaz de usuario visualmente atractiva, conjuntos de problemas personalizados para cada estudiante, ayuda en línea, retroalimentación inmediata de puntuación, soluciones de problemas, problemas de práctica, así como la oportunidad para que un estudiante reelaborara categorías de problemas hasta recibir su puntuación deseada.

Desde una perspectiva de evaluación, la base de datos resultante ofrecía oportunidades para correlacionar puntuaciones de módulos con puntuaciones recibidas en otros módulos en línea, proyectos o exámenes, donde las puntuaciones podían ser agregadas o asociadas con problemas específicos. También se podían realizar comparaciones entre semestres. Asimismo, parámetros adicionales como fecha/hora de finalización, el número de intentos por módulo, la ubicación de la máquina del estudiante y el tiempo requerido para completar un ejercicio proporcionaban un conjunto de información enriquecida para entender los hábitos de trabajo de los estudiantes.

Este enfoque representó un salto conceptual significativo: no se trataba simplemente de digitalizar evaluaciones tradicionales, sino de crear sistemas capaces de ofrecer comprensiones profundas sobre el proceso mismo de aprendizaje. La posibilidad de rastrear patrones de trabajo, identificar áreas de dificultad recurrente y, en consecuencia, adaptar el contenido abrió horizontes que habían sido impensables en los entornos tradicionales de aula.

En ese orden de ideas, Webster et al. (2002) expandieron estas posibilidades al ámbito de la simulación médica con su técnica para incorporar órganos 3D elásticamente deformables en simuladores quirúrgicos hápticos. Su sistema consistió en un modelo de partículas basado en condiciones mecánicas que utilizaba una conectividad de masa-resortes-amortiguador con un predictor implícito para acelerar cálculos durante cada paso de tiempo. La solución involucraba aplicación repetida de la segunda ley de movimiento de Newton ($F = ma$) usando un solucionador implícito para resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales. Este trabajo demos-

tró cómo las ecuaciones diferenciales podían ser utilizadas para crear experiencias de aprendizaje inmersivas que iban mucho más allá de la educación matemática tradicional. La capacidad de sentir físicamente las consecuencias de ecuaciones matemáticas a través de retroalimentación háptica representó una nueva frontera para una “educación multisensorial”.

1.8 La era de las herramientas colaborativas

A medida que la tecnología web se volvió más sofisticada, apareció una nueva generación de herramientas que enfatizaban la colaboración y el aprendizaje social. Estas plataformas reconocieron que el aprendizaje de matemáticas, tradicionalmente visto como una actividad solitaria, podía beneficiarse enormemente de enfoques colaborativos.

Price (2005) desarrolló una *suite* ligera de aplicaciones Java que permitía aprendizaje colaborativo entre estudiantes y tutores en ubicaciones remotas. Los estudiantes podían participar en actividades grupales en línea y también colaborar con tutores. Un marco Java genérico fue desarrollado y aplicado a la educación en electrónica, computación y matemáticas. Las aplicaciones eran respectivamente: un simulador de circuitos digitales que permitía a estudiantes colaborar en la construcción de circuitos electrónicos simples o complejos; un entorno de programación Java donde el paradigma era la robótica basada en comportamiento, y un solucionador de ecuaciones diferenciales útil para modelar cualquier sistema dinámico complejo y no lineal.

Cada estudiante veía una ventana compartida común en la cual se podían agregar objetos de texto o gráficos que luego podían ser compartidos en línea. Una sala de chat incorporada apoyaba el diálogo colaborativo. Los estudiantes podían trabajar ya fuera en grupos colaborativos o en equipos según fuera dirigido por el tutor. El éxito del proyecto y la retroalimentación estudiantil sugirieron que la integración de estas herramientas de *software* sería beneficiosa para mejorar el rendimiento estudiantil y facilitar la colaboración internacional.

Esta filosofía de aprendizaje colaborativo se extendió rápidamente. Murphey (2007) describió un esfuerzo reciente para usar entornos virtuales creados por estudiantes para enseñar dinámica de cuerpos rígidos a estudiantes de pregrado de último año y estudiantes de primer año de posgrado en ingeniería eléctrica e informática. Muchos de estos estudiantes no tenían antecedentes en dinámica excepto por su

curso de física de primer año. El enfoque descrito dependía de que los estudiantes crearan sus propios entornos virtuales, tomaba aproximadamente de cuatro a cinco semanas de instrucción y, por lo tanto, encajaba dentro del alcance de otros cursos que podrían requerir que estudiantes de ingeniería eléctrica e informática estuvieran familiarizados con dinámica.

Al final de la clase piloto, la mayoría de los estudiantes fueron capaces de modelar y animar con experticia sistemas de alto grado de libertad, como vehículos dirigidos por deslizamiento, helicópteros, submarinos, motocicletas y marionetas. Un componente central de la filosofía de aprendizaje era que al proporcionar a los estudiantes un lugar para crear sus propios laboratorios virtuales eran capaces de promover su propio aprendizaje.

1.9 El surgimiento de plataformas de gestión de aprendizaje especializadas

La década del 2010 marcó el comienzo de una nueva era en la educación virtual con el desarrollo de plataformas de gestión de aprendizaje (LMS) específicamente diseñadas para la educación matemática. Estas plataformas no eran solo repositorios de contenido, sino ecosistemas integrados que combinaban entrega de contenido, evaluación, colaboración y análisis de aprendizaje.

Asimismo, se describió el uso de STACK (Sistema para Enseñanza y Evaluación usando un Kernel de álgebra computacional) en la enseñanza de ecuaciones diferenciales (Nakamura et al., 2010). STACK era un sistema de paquete de evaluación asistida por computadora para matemáticas que podía proporcionar un historial de qué respuestas ingresaron los estudiantes, lo que facilitaba encontrar puntos débiles de estos. También, podían crear una pregunta de múltiples partes; es decir, una pregunta que a su vez contiene varias subpreguntas.

El sistema reconocía que existían muchos elementos por enseñar en un sistema de ecuaciones diferenciales: el concepto de puntos fijos en un sistema de ecuaciones diferenciales, análisis de estabilidad de puntos fijos, entre otros. Por lo tanto, si diseñaban cuidadosamente una pregunta, podían investigar varias cosas en ella y esperar que la comprensión de los estudiantes sobre ecuaciones diferenciales se expandiera usando pruebas en línea.

Entretanto, Maat y Zakaria (2011) exploraron la comprensión de los estudiantes sobre ecuaciones diferenciales ordinarias cuando resolvían preguntas de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) usando un método tradicional, así como un sistema algebraico computacional, particularmente Maple. Diez estudiantes de tecnología en ingeniería de los departamentos de robótica y mecatrónica fueron seleccionados como participantes de investigación. Los hallazgos fueron que Maple podría ayudar a los estudiantes a comprender la lección de EDO, especialmente al deshacerse de cálculos tediosos, así como producir actividades interactivas mientras aprenden matemáticas.

Este trabajo fue particularmente significativo por cuanto demostró que los estudiantes eran capaces de descifrar la relación entre la comprensión matemática y las aplicaciones de ingeniería en la vida real.

1.10 La revolución de la visualización interactiva

Conforme avanzaba la década del 2010, la visualización interactiva emergió como uno de los componentes con mayor potencial transformador en la enseñanza de ecuaciones diferenciales. De esta forma, ya no se trataba simplemente de mostrar gráficos estáticos, sino de crear entornos donde los estudiantes podían explorar dinámicamente el comportamiento de sistemas complejos.

Fedák y Gelvanić (2013) presentaron la visualización de excentricidad del rotor debido a su vibración durante la rotación. Para una interpretación más fácil de los fenómenos vibratorios, desarrollaron un modelo virtual basado en interfaz gráfica de usuario en el entorno MATLAB. El modelo matemático involucrado del rotor desbalanceado se basaba en el rotor de Jeffcott, descrito por cuatro ecuaciones diferenciales. Excepto por la visualización de trayectorias en varias vistas y modos, el modelo virtual permitía observar y evaluar la influencia de cambiar parámetros del sistema del rotor en las oscilaciones.

El modelo servía como una excelente ayuda de enseñanza, además de útil que permitía a estudiantes en cursos avanzados de ingeniería mecánica y mecatrónica entender los fenómenos de vibración, así como encontrar formas para su eliminación mediante la colocación/remoción de masas balanceadoras en los lugares calculados por el modelo matemático.

En esa misma vía, Aan et al. (2011) expandieron estas posibilidades con su estudio del movimiento caótico de un péndulo doble virtual. Las grandes oscilaciones de este péndulo fueron modeladas por el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales en la forma hamiltoniana. Este sistema se resolvió numéricamente en la hoja de trabajo del paquete computacional Mathcad, usando el algoritmo Runge-Kutta de cuarto orden. Los resultados fueron ilustrados por algunos marcos de clips de video que visualizaban el movimiento caótico de un péndulo físico doble.

Este trabajo demostró que la visualización podía hacer accesibles conceptos extraordinariamente complejos como el caos determinístico, que tradicionalmente habían sido dominio exclusivo de cursos de posgrado avanzado. Los resultados de este documento mostraron que podían usarse en el proceso de enseñanza de mecánica analítica para estudiantes de ingeniería, democratizando el acceso a conceptos que anteriormente habían sido considerados demasiado avanzados para estudiantes de pregrado.

1.11 El impacto transformador de la pandemia de COVID-19

El 2020 marcó un punto de inflexión sin precedentes en la historia de la educación virtual: la pandemia de COVID-19 no solo aceleró la adopción de tecnologías educativas existentes, sino que también catalizó innovaciones que podrían haber tomado décadas en desarrollarse en circunstancias normales.

En este marco, Hu (2021) documentó la transformación al describir cómo la enseñanza en línea se implementó entre todos los estudiantes de todos los grados en toda China por primera vez, lo que convirtió a muchos profesores enfocados en carreras de enseñanza e investigación científica en “anclas de red”. Su trabajo impulsó la promoción mutua de educación político-ideológica en el currículo y enseñanza en línea, así como las exploraciones relevantes sobre su mayor promoción en el período pospandemia.

Por su parte, N'Dri y Lefebvre (2021) proporcionaron evidencia empírica del impacto de esta transición forzada. Su análisis de una versión en línea del curso sobre ecuaciones diferenciales en el Polytechnique de Montreal, que había existido desde el 2013, reveló que durante los nueve términos desde que se ofreció la versión en línea del curso, los estudiantes en línea tuvieron mejores resultados que sus colegas de aula. Este hallazgo desafió percepciones arraigadas sobre la supuesta inferioridad de la educación en línea en materias técnicas complejas.

Entretanto, Chim et al. (2024) representaron la vanguardia de esta revolución al integrar con éxito sensores de teléfonos inteligentes y tecnología móvil en la enseñanza en línea de ecuaciones diferenciales, enfocándose en estudiantes de ingeniería. Su propuesta innovadora se basaba en una combinación efectiva de aprendizaje experiencial y la aplicación práctica de herramientas como Physics Toolbox Sensor Suite y MATLAB. Los resultados de esta metodología revelaron beneficios significativos, incluyendo mayor motivación y participación entre estudiantes en el grupo experimental comparado con el grupo control.

1.12 La era de la inteligencia artificial y el aprendizaje adaptativo

La convergencia de inteligencia artificial con educación matemática ha abierto posibilidades que apenas hemos comenzado a explorar (ver figura 3). Duzhin y Gustafsson (2018) desarrollaron un algoritmo de aprendizaje automático que tiene en cuenta el conocimiento previo de los estudiantes. Su algoritmo, basado en regresión simbólica que utiliza datos no experimentales sobre puntuaciones anteriores recolectadas por la universidad como entrada, puede predecir 60 %-70 % de variación en las puntuaciones de exámenes de estudiantes.

Al aplicar su algoritmo para evaluar el impacto de métodos de enseñanza en una clase de ecuaciones diferenciales ordinarias, encontraron que los *clickers* fueron una estrategia de enseñanza más efectiva comparada con tareas escritas a mano tradicionales; sin embargo, las tareas en línea con retroalimentación inmediata fueron incluso más efectivas que los *clickers*. Su algoritmo había sido integrado en una aplicación que compartían con la comunidad educativa, de modo que pudiera ser utilizada por practicantes sin entrenamiento metodológico avanzado.

Ahora, Miao et al. (2021) extendieron estas posibilidades al aplicar el modelo de aprendizaje de ecuaciones diferenciales parciales a otro problema de procesamiento visual de alto nivel: el reconocimiento facial. Propusieron un método novedoso de selección de características basado en el modelo de aprendizaje de ecuaciones diferenciales parciales para evaluar la atención de estudiantes en una clase de chino universitario. Para cada rostro, primero se seleccionaba un gran conjunto de veci-

nos por el método k-vecinos más cercanos y, luego, se obtenía la representación dispersa de puntos de muestra en el vecindario, combinando efectivamente la localidad de k-vecinos más cercanos y la robustez de representación dispersa.

Figura 3. Representación de sistemas inteligentes de apoyo para el aprendizaje de ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

1.13 Plataformas modernas y ecosistemas integrados

La década actual ha sido testigo del surgimiento de ecosistemas educativos verdaderamente integrados que combinan múltiples tecnologías y metodologías en plataformas coherentes. Walker et al. (2023) desarrollaron VisualPDE, un solucionador interactivo en línea para una clase amplia de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales 1D y 2D. Su trabajo reconoció que conceptos abstractos de sistemas dinámicos como inestabilidades de ruptura de simetría, bifurcaciones subcríticas y el papel de los datos iniciales en modelos no lineales multiestables se vuelven mucho más intuitivos cuando el estudiante puede jugar con estos modelos él mismo y

solucionar de inmediato preguntas sobre cómo el sistema responde a cambios en parámetros, condiciones iniciales, condiciones de frontera o incluso forzamiento espaciotemporal.

Lo más interesante es que VisualPDE está libremente disponible, es de código abierto y altamente personalizable. Los autores dieron varios ejemplos en enseñanza, investigación e intercambio de conocimiento, proporcionando discusiones de alto nivel sobre cómo puede emplearse en diferentes configuraciones. Esto incluye diseñar materiales de curso basados en web estructurados alrededor de simulaciones interactivas o fácilmente crear simulaciones específicas que pueden compartirse con estudiantes o colaboradores a través de una URL simple.

Adhikari y Wang (2025) proporcionaron evidencia cuantitativa del impacto de estas plataformas modernas. WeBWork, apoyado por la Asociación Matemática de América y la Fundación Nacional de Ciencias había demostrado ser efectivo en mejorar las tasas de éxito en el curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias enseñado por los autores en la Universidad Estatal de Kennesaw. En el semestre de primavera del 2024, WeBWork fue adoptado para manejar tareas en dos secciones del curso. Las tasas de éxito en las secciones usando WeBWork fueron significativamente más altas: aproximadamente 26 % comparado con secciones sin él.

1.14 Metodologías híbridas y aprendizaje personalizado

El avance hacia metodologías híbridas no ha sido una simple tendencia, sino un reflejo del crecimiento y maduración del campo educativo. En lugar de plantear una dicotomía entre lo presencial y lo virtual, lo tradicional y lo digital, estas metodologías proponen una integración cuidadosa y con sentido pedagógico. La experiencia demuestra que no se trata de elegir un único enfoque, sino de combinarlos estratégicamente para potenciar el aprendizaje.

De esta manera, Bhadri y Patil (2022) presentaron un enfoque de aprendizaje híbrido utilizando Moodle como plataforma del Sistema de Gestión de Aprendizaje. Videos asincrónicos fueron creados en estudios usando Lightboard y subidos al LMS, mientras que clases síncronas subsecuentes fueron manejadas a través de la plataforma MS Teams. Su modelo centrado en el aprendizaje híbrido incluía videos interactivos, preguntas frecuentes, postests, materiales de estudio adicionales, cuestionarios, envíos de tareas, etcétera.

En diversos espacios de retroalimentación —tanto con estudiantes como con docentes— ha quedado en evidencia que los entornos híbridos ofrecen una flexibilidad significativa, dado que permiten a cada estudiante avanzar a su propio ritmo y adaptar los recursos a sus necesidades individuales. Este enfoque no solo mejora el acceso, sino que también abre la puerta a experiencias y aprendizajes más personalizados en las que cada uno puede construir su ruta de aprendizaje con mayor autonomía y sentido de apropiación. Más del 82 % de los estudiantes dieron retroalimentación positiva hacia esta transformación tecnológica en enseñanza y aprendizaje. Asimismo, este modelo fue implementado efectivamente para todos los cursos en su institución e ilustrado a partir del curso de Métodos Numéricos y Ecuaciones Diferenciales (NMDE) en segundo año de Biotecnología.

Por otro lado, Osuna et al. (2024) detallaron un estudio de caso centrado en evaluar el impacto de materiales audiovisuales en los resultados académicos de un curso de ecuaciones diferenciales entregado bajo el modelo de aprendizaje híbrido en una universidad pública en México. Estos materiales, que abordaban distintos temas y ejercicios vinculados con varios métodos para resolver ecuaciones diferenciales, fueron concebidos para integrarse de forma progresiva al currículo y al calendario del curso. Esta secuencialidad permitió que los estudiantes pudieran acceder a ellos con mayor libertad, ajustándose a sus tiempos disponibles y respetando los momentos establecidos para las actividades en línea.

El uso de tecnologías digitales en la distribución y acceso a estos recursos resultó fundamental para el diseño y seguimiento de las actividades educativas. Gracias a estas herramientas, los estudiantes no solo pudieron consultar materiales complementarios y visualizar contenidos en video, sino también desarrollar ejercicios prácticos que reforzaron su aprendizaje. De igual forma, esta estrategia contribuyó de manera significativa al proceso formativo al demostrar cuán importante es la integración de recursos digitales dentro de las prácticas pedagógicas en la universidad.

1.15 Tendencias emergentes y el futuro de la educación virtual

A medida que avanzamos en esta tercera década del siglo XXI, comienzan a consolidarse tendencias con potencial de transformar radicalmente la enseñanza virtual en el campo de las ecuaciones diferenciales. Tecnologías como la realidad aumentada, la inteligencia artificial avanzada y las simulaciones interactivas en tiempo real ya no son conceptos futuristas, sino herramientas emergentes que empiezan a redefinir lo que es posible en el aula digital.

Kostadinov et al. (2019) representaron esta convergencia al promover el uso de R y Python como entornos de programación de alto nivel, gratuitos y de código abierto que pueden usarse como herramienta computacional y de visualización para enseñar ecuaciones diferenciales. Tanto R como Python también permiten crear documentos dinámicos reproducibles usando Markdown, que combina código vivo, texto plano, así como expresiones matemáticas para generar diferentes formatos (PDF, HTML, .docx), incluyendo la salida numérica y gráfica del código junto con el código mismo, formateado apropiadamente con mínimo esfuerzo.

Estas innovaciones propician la creación de materiales interactivos, evaluaciones aleatorizadas, tareas automatizadas, reportes de proyectos dinámicos e incluso documentos con calidad editorial. Su implementación en el aula ha sido explorada con resultados alentadores, lo cual sugiere que el uso de **software** de código abierto y documentos vivos puede ser una vía sólida hacia el futuro de la enseñanza y distribución del contenido educativo.

Por lo demás, la investigación pedagógica continúa proporcionando insumos valiosos para entender cómo sucede el aprendizaje en entornos digitales. Por ejemplo, Tyaningsih et al. (2023) utilizaron Moodle como plataforma de sistema de gestión de aprendizaje para mejorar las actividades de aprendizaje de estudiantes en la resolución de problemas de ecuaciones diferenciales según su cociente de adversidad. Su investigación encontró que las actividades de aprendizaje de estudiantes de los tipos Quitters, Campers y Climbers aumentaron más cuando aprenden usando el enfoque asíncrono colaborativo comparado con el enfoque síncrono virtual con un aumento del 15,59 %. Las respuestas de los estudiantes respecto al uso de LMS en aprendizaje fueron categorizadas como positivas con un porcentaje promedio de 85,38 %.

De este modo, la simulación avanzada de sistemas complejos continúa expandiendo las fronteras de lo posible. Weber et al. (2023) mostraron el uso de aplicaciones en línea y de código abierto en la plataforma Insight Maker para enseñar tópicos de dinámica no lineal. Esto permite la integración numérica y la generación automatizada de gráficos con pocos conocimientos de programación. Además, su enfoque se centró en debates sobre las nociones de determinismo y predictibilidad analizando dos modelos teóricos de péndulos: el péndulo simple y el amortiguado forzado.

En la primera situación, la integración numérica de las ecuaciones de movimiento en Insight Maker mostró que, en principio, el fenómeno es predecible, ya que sus soluciones tienen poca sensibilidad a pequeñas variaciones en las condiciones

iniciales impuestas; sin embargo, lo mismo no ocurrió con el péndulo amortiguado forzado, pues utilizando la misma herramienta mostraron que este fenómeno puede presentar comportamiento caótico debido a variaciones en un parámetro del sistema.

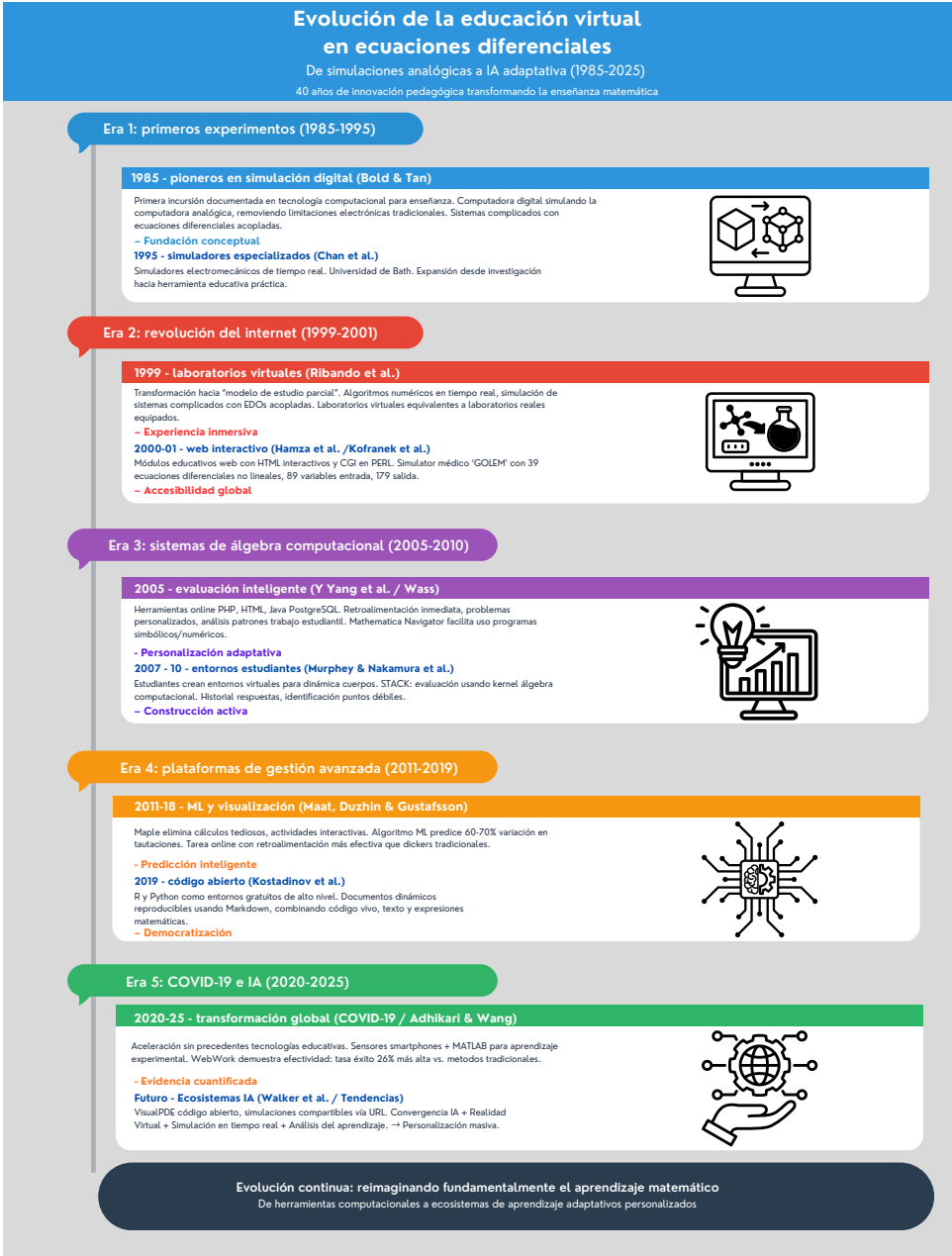
Ahora, y considerando todo lo anteriormente descrito, reflexionemos un poco. La historia de la educación virtual en ecuaciones diferenciales representa más que una simple cronología de innovaciones tecnológicas; es en sí misma una evolución fundamental sobre cómo conceptualizamos el aprendizaje matemático. Desde los primeros experimentos con computadoras analógicas simuladas de Bold y Tan (1985) hasta las plataformas de inteligencia artificial adaptativa de hoy, cada desarrollo se ha construido sobre los logros anteriores mientras abría nuevas posibilidades pedagógicas.

Sin embargo, este camino no ha sido uniforme ni exento de giros inesperados. Algunos hitos —como la llegada masiva de internet, la accesibilidad de los sistemas de álgebra computacional o el impacto global de la pandemia por COVID-19— han modificado drásticamente el panorama, alterando rutas que pocos habrían previsto. A pesar de estos cambios, algunos principios se han mantenido firmes: la necesidad de conservar el rigor matemático mientras se facilita el acceso, la importancia de equilibrar innovación tecnológica con fundamentos pedagógicos sólidos, así como la convicción de que las mejores herramientas educativas son aquellas que fortalecen tanto a quienes enseñan como a quienes aprenden.

Si miramos hacia adelante, todo indica que las tecnologías seguirán convergiendo: inteligencia artificial, realidad aumentada, simulaciones, análisis de datos educativos... Todo apunta hacia ecosistemas de aprendizaje que serán a la vez más personalizados y colaborativos de lo que hemos conocido hasta ahora. La educación virtual en ecuaciones diferenciales no es simplemente sobre usar computadoras para enseñar matemáticas; es sobre reimaginar fundamentalmente qué significa aprender y enseñar en una era digital.

El recorrido, que va desde las primeras simulaciones en computador hasta los actuales entornos de aprendizaje adaptativo, no solo evidencia una evolución tecnológica, sino también un cambio profundo en nuestra forma de concebir cómo se aprende matemáticas (ver figura 4). Esta transformación sigue en marcha, y aunque aún no podemos anticipar todos sus alcances, es claro que continuará abriendo nuevas posibilidades para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales en escenarios virtuales.

Figura 4. Línea de tiempo: evolución de la educación virtual en ecuaciones diferenciales y la incorporación progresiva de tecnologías digitales, inteligencia artificial y entornos interactivos de aprendizaje



Fuente: elaboración propia.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES EN ENTORNOS VIRTUALES

La enseñanza de ecuaciones diferenciales en modalidad virtual se ha convertido en una de las fronteras más retadoras pero también estimulantes de la educación matemática actual. Tras más de una década en el aula presencial y tres años inmerso en las particularidades de la educación virtual, hemos comprendido que los fundamentos pedagógicos no son un complemento, sino el corazón mismo que define el alcance formativo de cualquier experiencia educativa mediada por tecnología.

La enseñanza virtual de las matemáticas no replica simplemente las dificultades del aula tradicional: presenta tensiones únicas que exigen respuestas igualmente sofisticadas. Por un lado, las tecnologías digitales han ampliado nuestras posibilidades para visualizar, manipular e interactuar con conceptos abstractos; por otro, la falta de presencialidad puede dificultar aspectos esenciales como la comunicación matemática efectiva, la colaboración significativa y la mediación inmediata ante las dudas del estudiante. En este contexto, no se trata trivialmente de trasladar estrategias presenciales a un nuevo entorno; en cambio, lo que se requiere es reimaginar qué significa enseñar y aprender matemáticas en la era digital, con sus lenguajes, tiempos, interacciones o posibilidades propias.

2.1 Constructivismo en la enseñanza virtual

El constructivismo ha dejado de ser solo una teoría educativa para convertirse en uno de los pilares conceptuales más sólidos a la hora de pensar la enseñanza de las matemáticas en ambientes virtuales. Sin embargo, al hablar de este concepto en educación virtual no nos referimos simplemente a aplicar la teoría clásica en un nuevo medio, sino a lo que podríamos llamar un constructivismo desde lo virtual que surge de las características propias de estos entornos.

Los elementos de este enfoque lo diferencian del constructivismo presencial. Primero, el conocimiento se construye en espacios que no están limitados por el tiempo ni por el lugar, lo que facilita procesos de aprendizaje prolongados y distribuidos. Segundo, la tecnología no actúa únicamente como canal, sino que se integra como parte activa del proceso constructivo moldeando la forma en la que se aprende. Tercero, la posibilidad de usar representaciones múltiples y dinámicas en entornos digitales habilita formas de construcción conceptual que difícilmente podrían lograrse en un salón de clases convencional.

La investigación de Alam y Mohanty (2024) sobre el modelo ICRE (*Integrated Constructive Robotics in Education* o Robótica Constructiva Integrada en la Educación) ofrece un ejemplo poderoso de este enfoque. Sus hallazgos muestran que cuando los principios del constructivismo se combinan cuidadosamente con tecnologías educativas, se generan ambientes propicios para un aprendizaje significativo. En particular, su estudio muestra que los estudiantes desarrollan una comprensión más profunda al involucrarse activamente en experiencias que les permiten diseñar, programar y manipular representaciones matemáticas, lo que fortalece tanto su sentido de agencia como su pertenencia frente al proceso de aprendizaje.

Este planteamiento conecta de forma directa con lo que hemos observado en el curso de ecuaciones diferenciales: más allá del dominio mecánico de los métodos, el estudiante necesita desarrollar una intuición sólida sobre el comportamiento de los sistemas dinámicos, y es justamente allí donde los entornos virtuales ofrecen una oportunidad privilegiada: aunque los conceptos son abstractos y los estudiantes están geográficamente dispersos, las tecnologías actuales propician formas de exploración y manipulación que antes estaban fuera del alcance del aula tradicional.

2.1.1 Rol del estudiante como constructor activo

En este constructivismo virtual adaptado, el papel del estudiante como protagonista activo del aprendizaje adquiere una nueva dimensión: ya no se trata solo de resolver ecuaciones siguiendo procedimientos establecidos, sino de explorar el espacio de soluciones, manipular parámetros, observar patrones emergentes y construir una comprensión cada vez más enriquecida de cómo la estructura matemática se relaciona con fenómenos dinámicos del mundo real.

Esta exploración activa es cualitativamente diferente de la exploración posible en entornos tradicionales, porque las herramientas virtuales permiten niveles de interactividad y experimentación que transforman la naturaleza misma del proceso constructivo. Un ejemplo concreto se observa en cómo los estudiantes desarrollan comprensión sobre estabilidad de sistemas dinámicos. En contextos tradicionales, el desarrollo de la comprensión conceptual se ha basado sobre todo en el análisis analítico y en representaciones estáticas. Sin embargo, los entornos virtuales abren nuevas posibilidades: los estudiantes pueden manipular condiciones iniciales, observar el comportamiento de los sistemas en tiempo real, experimentar con pequeñas perturbaciones y desarrollar así intuiciones más vivas sobre nociones como atractores, pozas, sumideros o bifurcaciones.

El trabajo de Moss et al. (2023) sobre la fricción entre objetivismo y constructivismo en la educación STEM en línea ilumina una tensión central que enfrentamos constantemente: cómo mantener la precisión matemática requerida en ecuaciones diferenciales mientras proporcionamos oportunidades genuinas para la construcción activa. Los hallazgos en este campo coinciden en que las tareas más efectivas son aquellas que logran equilibrar la precisión formal de las matemáticas con oportunidades reales para la construcción activa del conocimiento.

En nuestra experiencia concreta con cursos virtuales de ecuaciones diferenciales, esto podemos verlo en el diseño de actividades donde los estudiantes modifican parámetros en simulaciones interactivas, observan los efectos de estos cambios en las soluciones, y poco a poco construyen una comprensión intuitiva sobre la relación entre la estructura de la ecuación y el comportamiento dinámico que genera. Esta transición entre la exploración libre y la formalización analítica no ocurre al azar: es necesario un diseño intencional que progrese desde la experimentación abierta hacia la exploración guiada y que finalmente culmine en procesos de abstracción más rigurosos. De este modo, la intuición y el análisis no se contraponen, sino que se nutren mutuamente en una secuencia didáctica coherente.

Además, en el aula virtual el estudiante no es solo un consumidor de contenido, sino que también puede convertirse en creador de sus propios recursos de aprendizaje. A través de herramientas de programación, simulación o visualización muchos estudiantes desarrollan representaciones propias de conceptos matemáticos, diseñan experimentos virtuales ajustados a su estilo de pensamiento y documentan sus hallazgos de formas que incluso pueden servir como insumo para sus compañeros. Esta dimensión colaborativa del descubrimiento individual es uno de los sellos más distintivos del constructivismo en contextos digitales y es algo que la UNAD ha entendido muy bien.

Ahora bien, esta autonomía también plantea sus propios retos. La libertad que brindan el tiempo flexible y el acceso asincrónico puede, en algunos casos, desembocar en procesos fragmentados o aprendizajes superficiales, especialmente si no se cuenta con una estructura adecuada. Por ello, el constructivismo virtual adaptado exige un diseño cuidadoso de andamiajes pedagógicos que brinden orientación sin coartar la exploración. Estos andamiajes pueden tomar la forma de sistemas de navegación claros, herramientas que inviten a la reflexión dentro de la plataforma o bien, mecanismos de retroalimentación oportuna que acompañen al estudiante sin dirigirlo de forma mecánica.

2.1.2 Aplicaciones en el aula virtual

La implementación de un enfoque constructivista en la enseñanza virtual de ecuaciones diferenciales implica ir más allá de trasladar contenidos del aula física al entorno digital. En cambio, supone repensar qué entendemos por “aula” y cómo se dan los procesos de enseñanza y aprendizaje en estos nuevos espacios generalizados. El aula virtual constructivista no es solo una réplica digital de espacios presenciales, sino un ecosistema distribuido donde el conocimiento se construye en múltiples formatos, tiempos y lugares.

En nuestra experiencia, esta visión se concreta a través de secuencias de actividades cuidadosamente estructuradas; por ejemplo, cuando introducimos el tema de las ecuaciones diferenciales de primer orden no comenzamos con definiciones formales. En su lugar, invitamos a los estudiantes a explorar simulaciones interactivas sobre crecimiento poblacional. A través de estas dinámicas, observan cómo distintos valores en la tasa de crecimiento modifican el comportamiento de la población, lo que les permite construir intuitivamente el concepto de tasa de cambio instantánea y su formulación matemática.

Estas primeras exploraciones se complementan con herramientas visuales que les permiten crear campos de direcciones manipulando pendientes en distintos puntos del plano. Esta manipulación concreta ayuda a que los estudiantes comprendan cómo estas pendientes están relacionadas con la función que define la ecuación diferencial. Esta construcción visual y manipulativa de campos de direcciones facilita comprensión conceptual que, luego, se formaliza a través de desarrollo analítico más riguroso.

Al respecto, los aportes de Llinares y Valls (2009) sobre construcción de conocimiento matemático en entornos digitales refuerzan esta visión. Sus investigaciones muestran que “la estructura del ambiente de aprendizaje influye significativamente en la naturaleza de la interacción, mostrando correspondencia entre interacción sinérgica y pensamiento de orden superior” (p. 247). Esta evidencia ha nutrido nuestro diseño de foros de discusión donde los estudiantes no solo resuelven problemas, sino que construyen comprensiones colectivas sobre conceptos complejos.

Por ejemplo, en nuestros foros de discusión se motiva al estudiante a estar en constante participación; de igual forma, están estructurados para facilitar construcción colaborativa de criterios para análisis en general. Los estudiantes comparten ejemplos de sistemas dinámicos de sus propios contextos (económicos, biológicos, físicos), analizan estos sistemas usando herramientas cualitativas y, gradualmente, elaboran infografías conceptuales, las cuales comparten para abordar problemas similares. Esta dimensión colaborativa no solo amplía las posibilidades de comprensión, sino que permite construir ideas más ricas que las que cualquier estudiante podría alcanzar de forma aislada.

Ahora bien, las simulaciones interactivas constituyen otro elemento central del aula virtual constructivista. Herramientas como las descritas por Walker et al. (2023) permiten que conceptos abstractos de sistemas dinámicos como inestabilidades de ruptura de simetría, bifurcaciones subcríticas y el papel de datos iniciales en modelos no lineales multiestables se vuelvan mucho más intuitivos cuando el estudiante puede jugar con estos modelos él mismo. Esta posibilidad de “jugar” con las matemáticas —manipular, visualizar, ensayar, corregir— es una de las características más valiosas del constructivismo virtual adaptado. No solo favorece el aprendizaje significativo, sino que incentiva formas de comprensión que serían prácticamente imposibles en un entorno tradicional. Esto refuerza nuestra premisa de que la educación virtual no es una simple adaptación de los entornos presenciales.

No obstante, aplicar este enfoque de manera efectiva también implica reconocer ciertos riesgos. La exploración sin estructura puede conducir a comprensiones parciales o desordenadas; por eso, las estrategias que empleamos incluyen mecanismos de validación y reflexión que ayudan a los estudiantes a evaluar la solidez de sus construcciones conceptuales y vincularlas con marcos matemáticos más amplios y rigurosos. En este punto, el papel del mediador es crucial y no solo de los medios *per se*.

Figura 5. Representación del análisis cualitativo de ecuaciones diferenciales en ambientes virtuales de aprendizaje



Fuente: Open AI (2026).

2.2 Aprendizaje basado en tareas (ABT) con elementos contextualizadores

En la enseñanza de ecuaciones diferenciales en entornos virtuales, el aprendizaje basado en tareas (ABT) ha demostrado ser una de las estrategias más eficaces, sobre todo cuando se complementa con elementos contextualizadores tomados del enfoque de aprendizaje basado en problemas (ABP). Esta aproximación híbrida

mantiene la estructura y escalabilidad del ABT mientras proporciona la relevancia y autenticidad que da sentido a las competencias desarrolladas.

Esta distinción entre ambos enfoques resulta clave. Mientras que el ABP organiza la experiencia educativa en torno a problemas complejos que requieren investigación abierta y de largo aliento, el ABT se estructura mediante secuencias de tareas específicas, cada una orientada a desarrollar competencias puntuales y progresivas. Los elementos contextualizadores permiten que esas tareas no se perciban como ejercicios aislados, sino como partes de una indagación más amplia sobre fenómenos del mundo real, lo cual les confiere sentido y pertinencia.

La investigación desarrollada por Meylani et al. (2025) sobre desarrollo profesional docente e implementación pedagógica da cuenta de ello. Según sus hallazgos, enfoques estructurados como el ABT, cuando se aplican con “alta fidelidad” logran mejoras sostenidas y significativas en el rendimiento estudiantil, incluso a largo plazo. Este tipo de evidencia resulta especialmente valiosa para contextos virtuales de alta cobertura, donde mantener la consistencia en la implementación es esencial para garantizar calidad educativa a gran escala.

En el caso concreto de los cursos virtuales de ecuaciones diferenciales, el ABT permite organizar las competencias matemáticas desde lo más elemental hasta lo más complejo, asegurando que cada estudiante construya las bases necesarias para enfrentar niveles avanzados con solvencia. Esta estructura es especialmente importante en educación virtual, donde la mediación docente individual puede ser limitada y los estudiantes deben desarrollar autonomía significativa en sus procesos de aprendizaje.

2.2.1 Estructura y secuenciación del ABT

Una implementación efectiva del ABT en el contexto virtual requiere una secuenciación cuidadosa y bien pensada. Esta progresión no se limita a acumular habilidades de manera lineal, sino que busca integrarlas, de forma que cada nueva tarea se apoye en aprendizajes anteriores y, al mismo tiempo, introduzca nuevos retos y contextos de aplicación.

La secuencia típica comienza con tareas de modelación que contextualizan conceptos matemáticos en situaciones del mundo real. Estas tareas no solo enseñan técnicas matemáticas, sino que desarrollan competencias para la traducción entre contextos físicos y representaciones matemáticas. Por ejemplo, cuando se introdu-

cen problemas sobre crecimiento poblacional, enfriamiento de objetos o gestión de inventarios, se hace con base en fenómenos familiares que facilitan abordar las ecuaciones diferenciales desde su aplicabilidad, no desde su formalismo. Así, desde el primer momento el contenido matemático se presenta como una herramienta para entender el mundo y no como una serie de manipulaciones abstractas.

Esta etapa de modelación inicial es fundamental, dado que ayuda a los estudiantes a identificar variables clave, establecer relaciones entre ellas y formular condiciones iniciales que reflejen situaciones concretas. Se trata de competencias transferibles que más adelante podrán aplicar en diversos escenarios, incluso fuera del ámbito académico.

Las tareas de procedimiento cualitativo desarrollan competencias para el análisis conceptual que complementan las habilidades de cálculo. Otra característica central del ABT es que no todas las tareas implican necesariamente resolución analítica. En muchos casos, se invita a los estudiantes a interpretar el comportamiento de soluciones sin resolverlas formalmente, lo que estimula el desarrollo de intuiciones sobre estabilidad, comportamiento asintótico o propiedades dinámicas de los sistemas. Esta aproximación es especialmente útil porque, en la práctica, muchos sistemas reales no tienen soluciones exactas, pero su análisis cualitativo sí permite extraer información relevante.

Para ello, los entornos virtuales ofrecen herramientas que enriquecen el aprendizaje. Los estudiantes pueden utilizar simulaciones y recursos gráficos para visualizar campos de direcciones y seguir trayectorias representativas, lo que complementa su comprensión teórica con una perspectiva visual y exploratoria. Dichas herramientas transforman el análisis cualitativo de un ejercicio puramente abstracto en una exploración visual e interactiva que desarrolla intuición profunda sobre dinámicas de sistemas.

Por su parte, las *tareas de procedimiento analítico* se enfocan en el desarrollo de competencias técnicas específicas para la solución de diferentes tipos de ecuaciones diferenciales. A lo largo de estas, la conexión con situaciones reales se mantiene presente para recordar siempre que la matemática no es un fin en sí mismo, sino un lenguaje para comprender e intervenir el mundo, de manera que cada método de solución se introduce en el contexto de tipos específicos de problemas donde es particularmente útil.

En este sentido, la integración de herramientas computacionales como GeoGebra es especialmente valiosa: no solo permiten verificar cálculos, sino también explo-

rar familias de soluciones, visualizar el impacto de variaciones en los parámetros, así como examinar comportamientos que resultarían invisibles en un análisis puramente simbólico.

Finalmente, las tareas integradoras funcionan como cierre del proceso. En ellas, los estudiantes deben articular lo aprendido: modelan, analizan cualitativamente, resuelven y dan sentido a los resultados en contextos específicos. Son ejercicios complejos que no solo evalúan competencias matemáticas, sino también la capacidad de aplicar el conocimiento de manera flexible, creativa y situada.

2.2.2 Elementos contextualizadores para el ABT

Cuando se implementa como eje metodológico, el aprendizaje basado en tareas (ABT) alcanza su mayor potencia al incorporar elementos contextualizadores que enriquecen cada experiencia. Lejos de ser simples adornos narrativos, estos elementos otorgan significado auténtico a las tareas, ayudando a los estudiantes a percibir las no como ejercicios aislados, sino como pasos dentro de un proceso con sentido en el mundo real.

Inspirados en algunas de las fortalezas del aprendizaje basado en problemas (ABP), estos elementos contextualizadores aportan al marco de relevancia profesional y social que permite conectar competencias matemáticas específicas con fenómenos complejos del entorno. La diferencia está en que se mantiene la estructura sistemática, secuencial y escalable propia del ABT, pero con una capa de significado que lo transforma en una experiencia formativa más profunda.

En el contexto de las ecuaciones diferenciales virtuales, esto lo vemos en narrativas integradoras que actúan como hilo conductor de las tareas. Propuestas tales como dinámicas poblacionales y sostenibilidad, ingeniería y optimización de sistemas o modelado económico y financiero permiten articular las actividades en torno a temas con coherencia interna o conexión profesional. De este modo, cada tarea adquiere sentido dentro de una narrativa mayor sin perder la progresión didáctica. Por ejemplo, en la narrativa de dinámicas poblacionales, los estudiantes progresan de manera sistemática a través de tareas de modelación de crecimiento poblacional, análisis cualitativo de modelos logísticos, solución analítica de sistemas presa-predador (Lotka-Volterra) y aplicación integral a problemas de conservación, cada una construyendo sobre las anteriores en un contexto coherente y significativo.

Entretanto, el acceso a datos auténticos enriquece cada tarea del ABT con información real que permite a los estudiantes validar modelos, comparar predicciones con

observaciones y desarrollar comprensión profunda sobre limitaciones y alcances de diferentes aproximaciones matemáticas. Esta autenticidad de datos transforma tareas que podrían ser ejercicios abstractos en investigaciones genuinas donde los estudiantes trabajan con información real para resolver problemas auténticos. Un buen ejemplo de esta lógica son las tareas centradas en modelado epidemiológico. En ellas, nuestros estudiantes utilizan datos reales sobre la propagación de enfermedades para calibrar, validar y analizar modelos diferenciales, mientras desarrollan simultáneamente habilidades técnicas y una comprensión más realista sobre las dinámicas sanitarias contemporáneas.

Las conexiones profesionales contextualizan las competencias desarrolladas en cada tarea mostrando aplicaciones reales en diferentes campos. Otra forma de contextualización efectiva es la inclusión de espacios de diálogo con profesionales. Las conferencias virtuales donde expertos comparten experiencias reales y responden inquietudes de los estudiantes han demostrado ser valiosas para conectar las tareas con el campo profesional. No solo motivan el aprendizaje, sino que permiten identificar competencias valoradas en distintos sectores, reforzando la pertinencia del contenido.

También es clave el papel de la documentación reflexiva, que introduce una dimensión metacognitiva fundamental en los cursos de nivel avanzado como ecuaciones diferenciales. Esta práctica, especialmente significativa en estudiantes que cursan por tercera o cuarta vez o que participan en semilleros de investigación no se limita a entregar resultados correctos; más bien, invita a reflexionar sobre la validez del modelo, sus alcances, limitaciones e, incluso, sobre su aplicabilidad en otros contextos, y es en ese proceso que se fortalece una comprensión más crítica y transferible del conocimiento matemático.

En suma, estos elementos contextualizadores transforman el ABT de una secuencia de tareas técnicas en una experiencia de aprendizaje auténtica que prepara a los estudiantes tanto para la competencia técnica como para la aplicación reflexiva y creativa del conocimiento matemático en contextos profesionales reales. Lo más importante es que estos elementos de contextualización enriquecen sin entorpecer: no alteran la estructura ni la progresión lógica del ABT ni dificultan su escalabilidad en entornos virtuales masivos. Por el contrario, potencian el compromiso del estudiante, aportan sentido al aprendizaje y refuerzan la conexión entre teoría matemática y práctica profesional, que es uno de los desafíos más importantes en este campo formativo.

Figura 6. Representación del modelado matemático de fenómenos epidemiológicos mediante ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

2.3 Hacia una pedagogía integradora

La experiencia acumulada al implementar distintos enfoques pedagógicos en los cursos virtuales de ecuaciones diferenciales ha dejado una enseñanza clara: ninguna teoría por sí sola basta para dar respuesta a la complejidad del aprendizaje en estos contextos. Frente a la diversidad de perfiles estudiantiles, trayectorias, motivaciones y modos de aprender, lo que realmente funciona es una pedagogía que integra de forma reflexiva distintos marcos teóricos que se enriquecen entre sí.

Esta integración no debe entenderse como una simple suma dialéctica de técnicas o metodologías, sino como una síntesis articulada y estratégica que da lugar a experiencias de aprendizaje más completas. De igual modo, implica reconocer las fortalezas y límites de cada enfoque, identificar puntos de encuentro y construir un marco coherente que oriente las decisiones pedagógicas ante situaciones reales, muchas veces impredecibles.

En el caso particular de la enseñanza virtual de ecuaciones diferenciales, esta necesidad de integración se vuelve especialmente crítica. Se espera que los estudiantes desarrollen simultáneamente comprensión conceptual profunda, habilidades téc-

nicas específicas, capacidad de aplicar modelos en contextos diversos y, además, que cultiven competencias colaborativas propias de la práctica profesional. Satisfacer todos estos objetivos con una sola teoría resulta inviable, pero su integración cuidadosa permite crear entornos de aprendizaje más ricos, conectados y efectivos.

2.3.1 Combinación de teorías pedagógicas

La integración eficaz de teorías pedagógicas en ambientes virtuales supone un trabajo importante de articulación: no se trata de mezclar enfoques de manera indiscriminada, sino de identificar qué aporta cada uno y cómo pueden combinarse para potenciar el aprendizaje sin generar tensiones innecesarias. La investigación de Hortelano y Prudente (2024) sobre la teoría de situaciones didácticas ofrece una pista interesante al afirmar que los marcos sólidos pueden asociarse con otros enfoques como el constructivismo, la educación matemática realista, la gamificación o la instrucción basada en tecnología. Con ese espíritu, nuestro trabajo ha buscado construir sinergias entre teorías complementarias que respondan a las múltiples dimensiones del aprendizaje en matemáticas.

En nuestros cursos, por ejemplo, el constructivismo virtual adaptado constituye la base que sustenta el diseño de actividades que promueven exploración y construcción activa de conocimiento. Pero esta base se enriquece al incorporar principios del ABT, que aportan estructura y claridad progresiva; elementos del conectivismo, que abren la posibilidad de recurrir a redes distribuidas de conocimiento y estrategias de aprendizaje colaborativo que aprovechan la inteligencia colectiva del grupo.

Una secuencia típica puede ilustrar esta integración. Comenzamos con una actividad exploratoria basada en simulaciones (constructivismo); luego, los estudiantes abordan tareas concretas con objetivos definidos (ABT), investigan en fuentes abiertas o con ayuda de otros nodos informativos (conectivismo) y, por último, sintetizan lo aprendido mediante dinámicas colaborativas. Cada teoría cumple una función específica y juntas crean un camino más robusto para aprender matemáticas de manera significativa.

Esta lógica también se refleja en el uso de herramientas y recursos. Las simulaciones interactivas sirven a propósitos constructivistas al facilitar exploración activa; propósitos de ABT al proporcionar contextos para tareas específicas y propósitos conectivistas al conectar estudiantes con recursos desarrollados por comunidades externas. Lejos de ser un lujo, esa múltiple funcionalidad tecnológica es una de las marcas de una pedagogía integradora bien implementada.

La evaluación en esta pedagogía integradora también combina elementos de diferentes enfoques. La evaluación formativa constructivista se complementa con evaluación de competencias específicas del ABT, evaluación por pares del aprendizaje colaborativo y evaluación distribuida que incorpora perspectivas de redes externas. Esta combinación proporciona información más rica sobre aprendizaje estudiantil que cualquier enfoque evaluativo individual.

2.3.2 Implicaciones para el diseño de cursos

Ahora pues, adoptar una pedagogía integradora no implica solo combinar actividades de distintas corrientes, sino repensar a fondo la estructura y dinámica de los cursos. En el caso de ecuaciones diferenciales en entornos virtuales, esto exige una reconceptualización completa del tiempo, el espacio y la interacción social en el aprendizaje.

Desde el punto de vista temporal, una pedagogía integradora reconoce que no todos los aprendizajes suceden al mismo ritmo. Mientras que la construcción de comprensión conceptual demanda tiempos prolongados de exploración y reflexión, el desarrollo de habilidades técnicas requiere momentos de práctica intensiva y sostenida. Los cursos integrativos balancean estas necesidades a través de diseño flexible que proporciona tanto estructura como adaptabilidad.

En nuestros cursos, esta alternancia se concreta en períodos diferenciados: por un lado, etapas donde se prioriza la experimentación con simulaciones y el desarrollo intuitivo de ideas (en clave constructivista) y, por otro, fases enfocadas en el trabajo sistemático con tareas específicas (enmarcadas en el ABT). Esta alternancia reconoce diferentes ritmos y requisitos de diferentes tipos de aprendizaje.

La estructura espacial se extiende más allá del “aula virtual” tradicional para incluir múltiples espacios de aprendizaje distribuidos. En términos espaciales, el entorno virtual se convierte en un ecosistema de aprendizaje que incluye varios espacios, cada uno con funciones distintas. Tenemos espacios individuales —como simuladores o *notebooks* de programación—; espacios sincrónicos —como las sesiones virtuales en tiempo real—, espacios asincrónicos —como foros colaborativos— y espacios de conexión externa —como encuentros con profesionales o actividades abiertas a comunidades académicas más amplias—.

Este enfoque está respaldado por investigaciones como la de Bas y Kivilcim (2021), quienes a través de un metaanálisis concluyeron que los enfoques centrados en el estudiante superan en efectividad a los métodos tradicionales, especialmente

cuando se cuenta con recursos adecuados, formación docente y soporte institucional. Su estudio resalta la importancia de diseñar con cuidado los entornos de aprendizaje y de garantizar que existan las condiciones necesarias para su implementación exitosa.

La estructura social del curso también requiere una mirada distinta. Los cursos integrativos facilitan interacción entre pares para aprendizaje colaborativo, interacción con tutores para mediación pedagógica, relacionamiento con expertos externos para contextualización profesional e interacción con comunidades más amplias para participación en redes de conocimiento.

El diseño de contenidos en pedagogía integradora también es distintivo. En lugar de promover una secuencia lineal y rígida de temas, proponemos una organización reticular del contenido donde los conceptos se presentan como nodos interconectados que pueden explorarse desde diferentes ángulos. Esta estructura fomenta la interdisciplinariedad, permite personalizar trayectorias de aprendizaje y refleja con mayor fidelidad la naturaleza relacional del conocimiento matemático.

Los sistemas de apoyo estudiantil en cursos integrativos también deben ser multifacéticos. Desde esta visión, el acompañamiento al estudiante debe asimismo diversificarse: ya no basta con el apoyo académico tradicional, sino que, en cambio, los estudiantes necesitan acompañamiento técnico para usar las herramientas digitales, soporte emocional y social para sostener el vínculo con el curso y sus pares, además de guías metacognitivas que les ayuden a reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje, sobre todo en entornos donde el aprendizaje autónomo es clave.

Por último, este enfoque también redefine lo que se espera del rol docente. Diseñar e implementar una pedagogía integradora implica ir más allá del dominio disciplinar y pedagógico convencional: requiere capacidades para orquestar experiencias híbridas, gestionar comunidades virtuales, adaptarse a las necesidades cambiantes del grupo y cultivar una sensibilidad permanente hacia los vínculos entre saber, contexto y práctica.

2.4 Hacia una praxis pedagógica coherente

A lo largo de este capítulo hemos explorado distintos enfoques que, más allá de competir entre sí, pueden complementarse y enriquecerse mutuamente cuando se aplican con intención pedagógica clara. Esta es precisamente una de las enseñan-

zas más valiosas que nos deja la experiencia en cursos virtuales de ecuaciones diferenciales: la efectividad no proviene de aplicar una teoría en forma mecánica, sino de integrar distintas perspectivas de manera reflexiva y contextualizada.

El constructivismo desde lo virtual que hemos desarrollado mantiene compromisos fundamentales con la construcción activa de conocimiento mientras aprovecha capacidades únicas de tecnologías digitales para facilitar tipos de construcción que serían imposibles en contextos tradicionales. En este sentido, el constructivismo virtual adaptado no reemplaza a otros marcos; en cambio, amplía las posibilidades para construir conocimiento matemático. Lo hace al permitir la exploración activa de fenómenos dinámicos, el uso de representaciones múltiples y la documentación reflexiva del propio proceso de aprendizaje.

El ABT con elementos contextualizadores mantiene estructura y progresión sistemática mientras proporciona relevancia y autenticidad, elementos que dan sentido a las competencias desarrolladas. Esta aproximación híbrida permite una escalabilidad necesaria para educación masiva a la par que mantiene conexiones con aplicaciones reales que motivan y contextualizan el aprendizaje matemático.

El conectivismo, por su parte, introduce una dimensión clave: la participación en redes de conocimiento abiertas. En contextos virtuales, los límites del aula se diluyen y los estudiantes pueden interactuar con comunidades profesionales, recursos interinstitucionales y espacios de colaboración que antes estaban fuera de su alcance. Esta apertura es, sin duda, una preparación real para las dinámicas de la sociedad del conocimiento.

Por lo tanto, cuando se articulan estos marcos junto al ABT y al aprendizaje colaborativo emergen posibilidades pedagógicas que difícilmente podrían lograrse desde un solo enfoque. Se trata de una forma de enseñar que promueve no solo la comprensión matemática profunda, sino también la autonomía, la colaboración y la disposición a seguir aprendiendo más allá del aula. Los estudiantes aprenden matemáticas no como un cuerpo de conocimiento abstracto, sino como una herramienta poderosa para abordar desafíos reales en colaboración con otros.

Al respecto, la evidencia acumulada confirma que estos fundamentos pedagógicos integrados pueden facilitar un aprendizaje simultáneamente más profundo y aplicable, más personalizado y colaborativo, más riguroso y relevante que muchos enfoques tradicionales. Claro está, lograr este tipo de integración no depende únicamente de la voluntad docente: requiere, también, un compromiso institucional

sostenido, políticas que faciliten la innovación, espacios para la formación continua, así como una infraestructura que acompañe las dinámicas emergentes. No basta con diseñar buenas tareas: se necesita un entorno que las respalde.

Aun así, lo más valioso de estos fundamentos pedagógicos es que no son fórmulas rígidas, sino principios flexibles que pueden adaptarse a nuevos escenarios. Ya sea frente a una tecnología emergente, una cohorte con necesidades particulares o un nuevo entorno institucional, lo que permanece es el compromiso con una enseñanza crítica, contextualizada y transformadora.

De igual forma, su valor radica no en proporcionar prescripciones mecánicas, sino en facilitar la reflexión pedagógica informada que puede guiar la toma de decisiones educativas en situaciones complejas y dinámicas.

Así pues, enseñar ecuaciones diferenciales en entornos virtuales no es solo una cuestión de transmitir técnicas: es, más bien, una oportunidad para formar personas capaces de pensar con profundidad, colaborar con otros y actuar con criterio en escenarios complejos y cambiantes desde el estudio de la variación como un catalizador.

Entonces, este capítulo culmina con una invitación: imaginar lo posible cuando combinamos teoría sólida con compromiso práctico, tecnología con pedagogía y matemática con humanidad. Porque ahí, justo en esa intersección es donde se empieza a gestar una educación verdaderamente significativa.

TENDENCIAS TECNOLÓGICAS EN EDUCACIÓN VIRTUAL

La enseñanza de las matemáticas en entornos virtuales atraviesa una etapa de profunda transformación. Nuevas herramientas, plataformas y modelos surgen con rapidez, modificando no solo cómo accedemos al conocimiento, sino también cómo lo construimos, compartimos y aplicamos. En este panorama cambiante, las ecuaciones diferenciales —tradicionalmente asociadas al rigor formal y a la abstracción— encuentran un terreno fértil para reinventarse desde la perspectiva pedagógica. Este capítulo se adentra en las principales tendencias tecnológicas que hoy moldean el futuro de la educación matemática virtual, con especial énfasis en cómo estas transformaciones impactan la enseñanza de ecuaciones diferenciales. La mirada no parte de cero: retomamos los fundamentos pedagógicos explorados en el capítulo anterior y los vinculamos con las nuevas posibilidades que la tecnología actual pone sobre la mesa.

Para identificar y analizar estas tendencias de manera sistemática, se realizó una búsqueda bibliográfica en la base de datos Scopus utilizando la siguiente cadena de búsqueda: TITLE-ABS-KEY(("virtual learning" OR "online learning" OR "e-learning" OR "digital education" OR "remote learning") AND ("mathematics education" OR "differential equations" OR "mathematical modeling" OR "STEM education") AND ("learning management system" OR "LMS" OR "artificial intelligence" OR "AI" OR "machine learning" OR "gamification" OR "game-based learning" OR "augmented reality" OR

“AR” OR “virtual reality” OR “VR” OR “interactive visualization” OR “multimedia” OR “educational technology” OR “adaptive learning” OR “personalized learning” OR “intelligent tutoring”)) AND PUBYEAR > 2019 AND PUBYEAR < 2026 AND (LIMIT-TO (DOCTYPE, “ar”)). Esta búsqueda se limitó a artículos académicos publicados entre el 2020 y el 2025 para capturar las tendencias más actuales en el campo.

Como resultado, la investigación de estas tendencias nos muestra cuatro áreas tecnológicas principales que están transformando la educación virtual en matemáticas:

- Las plataformas interactivas y recursos multimedia, que proporcionan nuevos entornos de aprendizaje integrados.
- La inteligencia artificial educativa, que personaliza y adapta la experiencia de aprendizaje.
- La gamificación, que aumenta la motivación y el compromiso estudiantil.
- Las tecnologías de realidad aumentada y virtual, que permiten experiencias inmersivas de aprendizaje matemático.

Estas tendencias no emergen en el vacío, sino que representan la maduración de procesos iniciados décadas atrás. Como documentamos en los antecedentes de investigación, los primeros experimentos de Bold y Tan (1985) con simulaciones computacionales y el trabajo pionero de Hamza et al. (2000) con módulos web interactivos establecieron los fundamentos sobre los cuales se construyen las innovaciones contemporáneas. Lo que distingue a esta etapa no es simplemente la disponibilidad de nuevas herramientas, sino la escala, sofisticación e integración con que se presentan. Tecnologías como la inteligencia artificial, la realidad aumentada, los laboratorios virtuales o los sistemas de analítica de aprendizaje ya no son solo promesas futuristas, sino recursos concretos que permiten materializar en la práctica los principios pedagógicos integrados que hemos identificado como clave para una enseñanza matemática más significativa.

A medida que avancemos en este capítulo, exploraremos cómo estas tendencias no solo transforman la infraestructura de la enseñanza, sino que también abren la puerta a formas más dinámicas, colaborativas y personalizadas de aprender matemáticas en la era digital.

3.1 Plataformas interactivas y recursos multimedia

3.1.1 LMS y contenidos enriquecidos

La evolución de los Sistemas de Gestión de Aprendizaje (*Learning Management System* o LMS) ha sido una pieza clave en el desarrollo de la educación virtual en matemáticas. Estos entornos, que en sus inicios eran apenas plataformas web rudimentarias, han dado paso a ecosistemas de aprendizaje cada vez más sofisticados y funcionales. Su transformación responde no solo a demandas tecnológicas, sino también a una visión pedagógica más rica y compleja, como la que hemos construido desde capítulos anteriores. Los LMS contemporáneos trascienden los simples repositorios de contenido para convertirse en ecosistemas educativos integrados que facilitan la implementación de los principios pedagógicos constructivistas y del aprendizaje basado en tareas que establecimos como fundamentales en capítulos anteriores.

Un ejemplo revelador es el Entorno Compartido de Modelado y Simulación (SMSE) (Zabasta et al., 2024), una plataforma de *e-learning* basada en la web que combina múltiples herramientas y tecnologías en un solo espacio. Allí, los estudiantes pueden acceder a contenidos teóricos, resolver ejercicios, manipular simulaciones y realizar cálculos complejos, todo dentro de un mismo entorno digital. Esta convergencia resulta fundamental para los propósitos del constructivismo virtual adaptado por cuanto permite la exploración activa y la experimentación directa con conceptos matemáticos que en otros contextos serían difíciles de visualizar o aplicar.

Al respecto, una encuesta realizada en la primavera del 2023 a estudiantes de licenciatura y maestría en la Universidad Politécnica Nacional de Chernihiv aportó datos importantes sobre la experiencia de los usuarios con SMSE. Dos grupos de estudiantes estuvieron involucrados: uno consistía en estudiantes usando SMSE tanto en el semestre de otoño como de primavera, y otro representaba a los estudiantes que comenzaron con SMSE en el semestre de primavera. Utilizando un modelo ajustado de Aceptación de Tecnología (TAM), el estudio reveló niveles altos de aceptación y satisfacción, lo que indica que los entornos bien diseñados no solo son funcionales, sino también apreciados por quienes los usan (Zabasta et al., 2024).

Un análisis comprehensivo de las respuestas de los estudiantes basado en el enfoque TAM reveló el proceso interno de la transformación de las percepciones de los estudiantes durante la adquisición de la plataforma SMSE. Parte de su éxito radica en la integración efectiva de herramientas como Moodle y Jupyter Notebooks,

lo que permite una experiencia flexible, interactiva y adaptada tanto a estudiantes presenciales como remotos. Esta integración tecnológica responde a una necesidad real en los cursos de ecuaciones diferenciales, donde se requiere tanto rigor como visualización dinámica.

Complementando esta visión, Toktarova (2022) ha propuesto un sistema adaptativo para el entrenamiento matemático dentro del entorno *e-learning*, reconociendo que el aprendizaje debe adaptarse a las características y preferencias de cada estudiante. Su modelo considera variables personales para seleccionar recursos, estrategias y tecnologías, por lo que apuesta por una experiencia más personalizada y eficaz. Esta aproximación refleja la evolución hacia sistemas más sofisticados que los primeros sistemas de evaluación inteligente que documentamos, como el trabajo de Yang et al. (2005), pero incorpora niveles de personalización mucho más avanzados.

El algoritmo de aprendizaje adaptativo propuesto incluye diagnóstico y detalle de características personales del estudiante, diseño de un modelo estudiantil basado en características y preferencias personales, diferenciación y selección de tecnologías educativas, recursos y métodos de enseñanza, así como formación y provisión de una ruta de aprendizaje individual al estudiante, además de evaluación y análisis del rendimiento estudiantil. Por lo demás, esta secuencia operacional nos muestra cómo los LMS modernos implementan principios pedagógicos sofisticados en lugar de simplemente digitalizar prácticas tradicionales.

Los resultados de un experimento pedagógico sobre el uso del sistema adaptativo para entrenamiento matemático de estudiantes en el entorno *e-learning* en el proceso educativo de la institución de educación superior, que probó una dinámica positiva en el nivel de preparación matemática de estudiantes que estudian dentro del sistema adaptativo propuesto, confirman la efectividad de estos enfoques integrados.

Por otra parte, la investigación de Shirai et al. (2023) contribuye a esta área mediante el desarrollo de MathTOUCH, un editor de texto enriquecido para *e-learning* matemático usando una interfaz inteligente de entrada matemática. En el *e-learning* matemático con sistemas de gestión de aprendizaje, los métodos de entrada matemática existentes tienen cargas de trabajo pesadas; por lo tanto, las notaciones son un desafío de larga data. Además, al crear documentos, como escribir reportes y publicar preguntas en el foro, los usuarios deben ingresar tanto textos en manera

de entrada de lenguaje natural como expresiones matemáticas a manera de entrada matemática.

Un estudio de usuario se llevó a cabo con setenta y un participantes para evaluar la efectividad del editor propuesto. Los resultados indican que los usuarios podían ingresar ecuaciones con el editor MathTOUCH aproximadamente 1,5 veces más rápido que con una interfaz estándar; además, los participantes también reportaron mayor satisfacción subjetiva (Shirai et al., 2023).

Esta innovación en interfaces de entrada matemática aborda uno de los desafíos técnicos más persistentes en la educación virtual: la dificultad de ingresar notación matemática compleja en entornos digitales. El mejoramiento en la velocidad y satisfacción del usuario tiene implicaciones directas para la implementación del ABT en ecuaciones diferenciales, donde los estudiantes necesitan poder expresar matemáticas complejas de manera fluida para participar efectivamente en actividades de construcción de conocimiento.

Ahora bien, el desarrollo de contenidos enriquecidos también se ve reflejado en el trabajo de Rosas et al. (2023), quienes desarrollaron un sistema web para mejorar y reforzar el aprendizaje en matemáticas en estudiantes de primaria y secundaria en Perú. Su sistema incluye lecciones interactivas y herramientas de aprendizaje personalizadas que se adaptan a las necesidades individuales de cada estudiante. El sistema también ofrece recursos y actividades en línea para ayudar a los alumnos a profundizar conceptos matemáticos para, de esta manera, aplicarlos a problemas prácticos. Para evaluar algunas deficiencias, se llevó a cabo un estudio con un grupo de padres de algunos estudiantes de primaria en Perú. Los resultados del estudio mostraron que hay una desconfianza preocupante del estudio en línea.

3.1.2 Visualización dinámica de soluciones

La posibilidad de explorar soluciones matemáticas de forma dinámica ha marcado un avance decisivo en el uso de tecnología educativa (ver figura 7). Aunque sus orígenes se remontan a las primeras simulaciones digitales, hoy en día estas herramientas han alcanzado niveles de interactividad y sofisticación que eran impensables hace apenas unos años.

Figura 7. Representación de la integración entre interpretación gráfica, modelado matemático y solución analítica en ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

La posibilidad de monitorear el progreso del estudiante en tiempo real marca un cambio fundamental respecto a las herramientas estáticas que dominaron las primeras etapas de la educación matemática asistida por computadora. El aula digital puede verse como una herramienta prometedora para que los profesores lleven a cabo una evaluación formativa apropiada y, parcialmente, mantener interacción personal y relacionada con el contenido a distancia. Esta funcionalidad responde de manera directa a los retos que plantea el ABT al ofrecer tanto estructura como retroalimentación inmediata sin restringir la libertad exploratoria que caracteriza el enfoque constructivista.

En general, el aula digital puede verse como una herramienta prometedora para profesores a través de la cual pueden llevar a cabo una evaluación formativa apropiada y, parcialmente, mantener interacción personal relacionada con el contenido a distancia.

La investigación de Noh et al. (2024) profundiza en cómo las plataformas digitales pueden enriquecer el aprendizaje en matemáticas, centrándose en las oportunidades de interacción que ofrecen. Desde el punto de vista del diseño educativo, identifican componentes esenciales que potencian notablemente la experiencia

formativa en estos entornos. A partir de un análisis detallado de diez características funcionales y pedagógicas organizadas en los dominios de contenido, pedagogía y funcionalidad, los autores evalúan con rigor cómo estas se manifiestan en seis plataformas ampliamente utilizadas en la educación pública de Corea del Sur.

A través de un análisis exhaustivo, el estudio señala fallos importantes en la integración de principios pedagógicos clave en el diseño digital, resaltando la falta de mecanismos adaptativos a los ritmos y estilos de aprendizaje. Esta brecha entre teoría y práctica revela que aún queda camino por recorrer para que estas herramientas cumplan plenamente su potencial educativo.

El análisis también mostró que la efectividad de los entornos digitales depende en gran medida de ciertos elementos de diseño, cuya inclusión o ausencia puede marcar la diferencia. Esto refuerza la urgencia de adoptar enfoques más integrales y plantea nuevas posibilidades para el desarrollo de tecnologías educativas más robustas y transformadoras.

El objetivo de estos avances consiste en respaldar estrategias educativas más inclusivas y eficaces para favorecer entornos de aprendizaje flexibles y dinámicos que respondan mejor a las realidades cambiantes del estudiantado. En este sentido, la investigación propone un cambio de paradigma en el diseño de plataformas digitales con el fin de potenciar al máximo su capacidad de generar experiencias formativas más atractivas, personalizadas y profundas.

La visualización dinámica también se manifiesta en el trabajo de Zhang et al. (2024) sobre el desarrollo de un modelo cognitivo de geometría sólida basado en el método de Modelado Estructural Interpretativo (ISM). El progreso científico y los desarrollos en inteligencia artificial han impulsado una transformación notable en el ámbito educativo. En este contexto, el aprendizaje adaptativo se perfila como una estrategia clave para personalizar los procesos formativos sustentada en modelos cognitivos que permiten ajustar la enseñanza a las características de cada estudiante.

A pesar de su importancia, aún no existe un método estandarizado y operativo para construir modelos cognitivos robustos. Este estudio adopta el enfoque del Modelado Estructural Interpretativo (ISM) para estructurar un modelo cognitivo en el área de geometría sólida, identificando —a partir de literatura y consultas expertas— diecisiete atributos relevantes para el nivel secundario. Posteriormente, se llevó a cabo una encuesta en la cual se involucraron cuarenta expertos para establecer las relaciones contextuales entre estos atributos.

La aplicación del método ISM resultó en un modelo de siete niveles revisado con base en opiniones de expertos para crear el modelo cognitivo final. Se identificaron tres rutas primarias respecto al dominio de geometría sólida en secundaria. El artículo concluye que el método ISM resulta efectivo y objetivo para elaborar modelos cognitivos. De igual manera, permite comprender la estructura conceptual de la geometría sólida en secundaria al ofrecer además una visión innovadora sobre cómo construir este tipo de representaciones mentales.

3.1.3 Sistemas de evaluación inteligente

La evolución de los sistemas de evaluación representa una de las áreas más transformadoras en la educación virtual matemática, donde la integración de tecnologías avanzadas permite no solo medir el aprendizaje, sino también facilitar y guiar el proceso de construcción de conocimiento en tiempo real (ver figura 8).

Figura 8. Representación de la analítica del aprendizaje y la interacción colaborativa en entornos de aprendizaje en ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

En este contexto, Steinert et al. (2025) presentan RATsApp, un sistema de retroalimentación automatizada de código abierto (AFS) que incorpora características basadas en investigación como retroalimentación formativa. El sistema se enfoca en competencias básicas STEM, como competencia matemática, competencia representacional y alfabetización de datos; además, facilita a los profesores el monitoreo del progreso de los estudiantes. RATsApp puede usarse en diferentes niveles de educación o investigación STEM, ya que permite la creación y personalización del contenido educativo.

Por otro lado, los autores presentan un caso específico de su implementación en educación superior, donde reportan los resultados de una encuesta de usabilidad (N = 64) usando el modelo de aceptación de tecnología 2 (TAM2) para evaluar la experiencia del usuario de estudiantes de pregrado. Sus hallazgos confirman la aplicabilidad del marco TAM2, revelando que factores como la relevancia para el curso de estudio, calidad de salida y facilidad de uso influyen de forma significativa en la utilidad percibida.

También encontraron una relación lineal entre la utilidad percibida y la intención de usar que, a su vez, es un predictor significativo de la frecuencia de uso. Además, la característica de retroalimentación formativa de RATsApp recibió una crítica positiva, lo que sugiere su potencial como herramienta educativa. Como plataforma de código abierto, RATsApp fomenta contribuciones públicas a su desarrollo continuo a la par que propicia un enfoque colaborativo para mejorar herramientas educativas.

En esa vía, la investigación de Mitra (2023) propone el rediseño de exámenes supervisados en línea para aprendices STEM en instituciones de educación superior al incorporar habilidades de pensamiento de orden superior y pedagogía democrática a través de la plataforma OPERHOT. Como respuesta a los desafíos presentados por la pandemia de COVID-19, esta investigación propone un sistema de examen para estudiantes STEM que prueba efectivamente habilidades de pensamiento de orden superior, como la capacidad de aplicar, crear, evaluar y analizar.

Según entrevistas de empatía con educadores, las instituciones de educación superior (IES) deben incorporar los tres elementos de la pedagogía STEM democrática, a saber, voz estudiantil, autoridad compartida y transformacional, así como la criticidad STEM; de esta manera, es imperativo que estos elementos se reflejen en las evaluaciones de estudiantes dentro de las IES. Durante la pandemia, se hizo evi-

dente que la falta de un adecuado sistema de examen en línea supervisado impidió la evaluación precisa y justa del progreso de los estudiantes.

Esta circunstancia estaba en marcado contraste con el modo de examen fuera de línea, que permitía monitoreo y control. Fue notorio que muchos estudiantes lucharon por responder preguntas que requerían pensamiento de orden superior con respuestas frecuentemente idénticas en exámenes en línea no supervisados o configuraciones con mecanismos de supervisión insuficientes, especialmente en contextos con recursos limitados.

En consecuencia, hay una necesidad urgente de rediseñar el sistema de prueba supervisada en línea de acuerdo con la criticidad STEM y la voz estudiantil. Para abordar esta necesidad, este artículo propone la creación de OPERHOT, un sistema de examen en línea supervisado integrado con preguntas aleatorias que requieren pensamiento de orden superior. Este sistema emplea una metodología de evaluación cronometrada y requiere que los estudiantes mantengan sus cámaras encendidas durante todo el examen.

Al implementar OPERHOT, es posible una evaluación en línea adecuada y segura de estudiantes. Además, este sistema fortalecerá los sistemas de educación y evaluación en línea en IES con el fin de promover la integridad y mejorar la experiencia de aprendizaje. Además, la adopción de OPERHOT también puede perfeccionar el proceso de evaluación y contribuir a la mejora tanto de la educación como de la evaluación en línea para instituciones de educación superior en general.

3.2 Inteligencia artificial educativa

3.2.1 Tutores automáticos y retroalimentación adaptativa

La integración de inteligencia artificial en la educación matemática virtual representa una de las fronteras más prometedoras y transformadoras en el campo, pues construye sobre los fundamentos de aprendizaje adaptativo establecidos en trabajos anteriores, pero alcanza niveles de sofisticación que transforman cualitativamente la experiencia educativa.

Sobre esto, Yang y Wang (2024) idearon un modelo basado en redes neuronales difusas para el intercambio de recursos educativos digitales en inglés. Aunque su aplicación se centra en la enseñanza de idiomas, el estudio ofrece aportes

significativos sobre el potencial de la inteligencia artificial para optimizar tanto la distribución como la personalización de materiales educativos. La digitalización poco efectiva de los recursos en programas básicos de inglés —marcada por una autonomía limitada, fragmentación de contenidos y una gestión deficiente— motivó el desarrollo de bibliotecas digitales docentes apoyadas en tecnologías multimedia e internet.

En combinación con controles difusos, las redes neuronales difusas (FNN) han emergido como un enfoque prometedor para el modelado matemático. *A priori*, su modelo FNN-based supera al algoritmo en error de muestra de entrenamiento en 0,02069 y reduce el tiempo de ejecución en 0,0034 segundos en promedio, indicando las capacidades de aproximación superiores del FNN con reglas difusas iniciales apropiadas.

Esta aproximación técnica demuestra cómo los sistemas de IA pueden procesar y optimizar grandes volúmenes de recursos educativos de manera más eficiente que métodos tradicionales. El modelo FNN-based mejora el valor y calidad de los recursos educativos, expande la capacidad de bibliotecas de recursos de información y mitiga efectivamente la creación de recursos de baja calidad. Estos principios son directamente aplicables a la gestión de recursos para ecuaciones diferenciales, donde la calidad y organización de contenido matemático es crucial para el aprendizaje efectivo.

Como complemento de esta perspectiva técnica, Bellas et al. (2023) presentan una propuesta de currículo específico en inteligencia artificial para estudiantes de secundaria organizado como una materia de dos años. El currículo fue diseñado a partir de dos premisas fundamentales: (1) aunque la propuesta está dirigida a programas científicos, los estudiantes y profesores involucrados no tienen conocimiento previo sobre IA y (2) el enfoque se centra en desarrollar soluciones de inteligencia integrada, es decir, programar dispositivos del mundo real que interactúan con entornos reales.

Para ello, y con el fin de abordar una segunda premisa fundamental de baja capacidad de inversión en escuelas, se usaron *smartphones* como el elemento tecnológico central para implementar tal inteligencia integrada en clases. Este currículo ha sido desarrollado en el marco del proyecto Erasmus+ titulado *AI+: desarrollo de un currículo de inteligencia artificial adaptado a escuelas secundarias europeas* (Bellas et al., 2023). De igual forma, el proyecto fue llevado a cabo por un equipo de expertos en IA y profesores de secundaria que crearon las unidades de enseñanza

y un grupo de estudiantes que las probaron durante tres años, proporcionando retroalimentación para hacer el currículo factible para su introducción a corto plazo en escuelas.

Esta aproximación pedagógica a la IA educativa es particularmente relevante para la educación en ecuaciones diferenciales, donde los estudiantes necesitan desarrollar comprensión tanto de conceptos matemáticos abstractos como de sus aplicaciones en sistemas del mundo real. El uso de *smartphones* como elemento tecnológico central para implementar inteligencia integrada en clases aborda consideraciones prácticas de accesibilidad que son cruciales para la implementación escalable de tecnologías educativas.

La investigación de Meylani et al. (2025) sobre los impactos del desarrollo profesional y la fidelidad de implementación demuestra que, cuando se implementan con alta fidelidad, los enfoques estructurados pueden producir mejoras significativas y sostenidas en el rendimiento estudiantil que se mantienen durante períodos extendidos. Su estudio cuasiexperimental comparó resultados educativos entre grupos de control y experimentales posintervención. El grupo experimental participó en un tratamiento basado en web de dos trimestres usando el Entorno de Aprendizaje en Línea Novedoso (NOLE), mientras que el grupo de control continuó con métodos de enseñanza tradicionales.

Los resultados mostraron que el grupo experimental superó al grupo de control inmediatamente después de la intervención y mantuvo esta ventaja durante un período de dos años. Estos hallazgos sugieren que integrar desarrollo profesional y alta fidelidad de implementación contribuye a beneficios educativos duraderos en el aprendizaje de matemáticas. Las implicaciones para investigaciones posteriores incluyen estudiar los efectos a largo plazo del desarrollo profesional más allá de las fases inmediatas posintervención y explorar el impacto de intervenciones similares a través de diferentes materias y entornos educativos.

3.2.2 IA como aliada del docente

La evolución de la IA educativa hacia sistemas que apoyan y amplían las capacidades docentes en lugar de reemplazarlas representa un desarrollo importante que se alinea con los principios de pedagogía integradora que establecimos anteriormente (ver figura 9).

Figura 9. Representación de la inteligencia artificial como apoyo pedagógico en la enseñanza virtual de ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

Sobre este tema, Ngoveni (2025) proporciona una perspectiva comprehensiva sobre la integración de herramientas de inteligencia artificial en la educación matemática en entornos de Aprendizaje Abierto a Distancia *e-learning* (ODEL), enfocándose en barreras de acceso, consideraciones éticas y mejora pedagógica. Su investigación aborda desafíos como inequidades digitales, dispositivos inadecuados y brechas de política institucional utilizando un diseño de estudio de caso cualitativo con una muestra de sesenta y seis aprendices.

Su investigación identificó barreras significativas para la integración de IA, incluyendo conectividad a internet inestable, acceso limitado a dispositivos adecuados y apoyo institucional insuficiente. Estos desafíos impactaron de forma desproporcional a estudiantes en áreas rurales y con recursos limitados. A pesar de estos obstáculos, los estudiantes expresaron entusiasmo sobre usar herramientas de IA, reconociendo su potencial para simplificar conceptos matemáticos complejos, así como para mejorar tanto el compromiso como los resultados de aprendizaje.

Entretanto, los encuestados destacaron la necesidad de entrenamiento dirigido e integración curricular estructurada para maximizar los beneficios de la IA. Las re-

comendaciones incluyen abordar inequidades digitales, mejorar la infraestructura digital y proporcionar programas de entrenamiento dirigidos para estudiantes y profesores. Además, las sugerencias para investigación futura la posible adopción de IA en contextos educativos diversos y sus impactos a largo plazo en enseñanza y aprendizaje.

Sobre esto, es de anotar que las instituciones deben desarrollar pautas éticas claras e integrar herramientas de IA en el currículo con el propósito de alinear el uso de tecnología con objetivos pedagógicos. Por último, esta aproximación holística reconoce que la implementación efectiva de inteligencia artificial requiere consideración cuidadosa de factores técnicos, pedagógicos, éticos y de equidad.

El trabajo de Jia y He (2022) ilustra otra dimensión de la IA como aliada docente a través de su Sistema Inteligente de Supervisión en Línea (IOPS) para exámenes en línea. Durante el período pandémico de COVID-19, casi todas las instituciones educativas del mundo usaban aprendizaje en línea como la mejor manera de mantener el horario de enseñanza y aprendizaje para todos los estudiantes. Sin embargo, las plataformas de instrucción en línea actuales carecen de la función para prevenir que los aprendices hagan trampa en exámenes en línea y no pueden garantizar la integridad e igualdad para todos los examinados como en exámenes de aula tradicionales.

El IOPS adopta la arquitectura B/S (navegador/servidor). El lado del servidor se implementa con lenguaje de programación C y Python, almacenando los datos de identificación de todos los examinados y su estado importante de cambio de comportamiento, incluyendo expresión facial, movimiento de ojos y boca y habla. El lado del navegador recopila y analiza datos multimodales del examinado escribiendo la prueba en línea localmente y transfiere los datos de estado de cambio de comportamiento más importantes del examinado al servidor.

Se implementó reconocimiento facial en tiempo real y detección de voz con el apoyo de **software** de código abierto. Como aplicación piloto, se integró en un sistema de tutoría inteligente basado en web para educación matemática escolar. También se usó para examen supervisado en línea en un seminario de pregrado en la Universidad de Pekín durante la pandemia del 2020. Los datos de registro muestran que todos los estudiantes se concentraron en el examen, no dejaron la cámara y no hablaron.

3.2.3 Aprendizaje automatizado y personalización

El uso de inteligencia artificial para personalizar la experiencia de aprendizaje se perfila como uno de los avances más prometedores en la educación matemática. Gracias a estos sistemas, es posible ofrecer a cada estudiante trayectorias formativas ajustadas a su propio ritmo, estilo y necesidades particulares.

Millones Liza et al. (2024) demostraron que la autoeficacia, el disfrute percibido y la facilidad de uso influyen en la satisfacción del aprendizaje de matemáticas en entornos virtuales, algo que no es casual por cuanto esta disciplina juega un papel clave en el desarrollo del pensamiento lógico y las habilidades analíticas que los estudiantes requieren para enfrentar desafíos complejos. Por lo tanto, dominar estas habilidades permite mayor accesibilidad para entender varios campos de estudio, como ingeniería, ciencia, tecnología, entre otros.

En este sentido, resulta fundamental que las instituciones educativas actúen de manera proactiva desde la adopción de enfoques más prácticos y contextualizados para la enseñanza de las matemáticas. Aunque las instituciones educativas han promovido buena interacción entre profesores y estudiantes para un mejor aprendizaje, esta situación estuvo sujeta a cambios debido a la llegada de la pandemia, por lo que la transición rápida a entornos virtuales afectó la calidad de la educación matemática debido a la falta de buenos recursos.

Setialaksana et al. (2025) exploraron el impacto de los factores que facilitan y obstaculizan el aprendizaje en línea sobre la ansiedad matemática y el rendimiento académico a partir de la experiencia de estudiantes de ingeniería en Indonesia. En programas de ingeniería, los cursos de matemáticas son pilares esenciales tanto para el rendimiento académico como para la adquisición de competencias profesionales. Sin embargo, estos cursos suelen estar acompañados de altos niveles de ansiedad matemática, lo que puede afectar el desempeño y la motivación estudiantil.

Pocos estudios han examinado el efecto de habilitadores en la ansiedad y el logro matemáticos en un contexto asíncrono. El estudio realizado versó sobre investigación cuantitativa no experimental, en el que un total de trescientos veinte estudiantes se ofrecieron voluntariamente para completar cuestionarios.

Los hallazgos revelaron que, si bien los recursos que facilitan el aprendizaje en línea no reducen de manera directa la ansiedad matemática, sí inciden de forma significativa en el rendimiento académico. Por otro lado, las barreras tecnológicas o pe-

dagógicas sí aumentan la ansiedad, lo cual repercute negativamente —aunque de forma indirecta— en el logro matemático de los estudiantes.

El estudio enfatiza en la urgencia de que los docentes trabajen en la simplificación de los conceptos, incorporen recursos multimedia y ofrezcan tareas balanceadas junto con retroalimentación oportuna, todo con el propósito de reducir la ansiedad matemática. Asimismo, se recomienda a los responsables de política educativa fortalecer la infraestructura digital, promover la formación docente e integrar servicios de bienestar emocional en el sistema educativo. Estos esfuerzos articulados apuntan a mejorar tanto la calidad de la enseñanza como la preparación integral del estudiantado en entornos virtuales.

3.3 Gamificación del aprendizaje

Figura 10. Representación de estrategias de gamificación y aprendizaje interactivo en entornos virtuales para ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

3.3.1 Elementos lúdicos y motivacionales

Desde sus primeras aplicaciones, la gamificación en la enseñanza virtual de matemáticas ha recorrido un camino notable. Lo que antes eran intentos incipientes, hoy se han convertido en sistemas complejos que combinan mecánicas de juego con propósitos pedagógicos claramente definidos. Esta evolución da cuenta de una visión más madura donde la motivación lúdica no se opone al rigor académico, sino que lo potencia estratégicamente.

En este contexto, Ferro et al. (2021) presentan *Gea 2: una nueva Tierra*, un videojuego creado como entorno inmersivo 3D que combina múltiples recursos pedagógicos. Este entorno incorpora contenidos multimedia, herramientas de comunicación y tutoría inteligente con el propósito de complementar las dinámicas de aula en áreas STEM para estudiantes y docentes de secundaria.

Un aspecto especialmente innovador de este desarrollo es la inclusión de un agente pedagógico inteligente capaz de interactuar con el estudiante en lenguaje natural y ofrecer sugerencias espontáneas durante el juego. Esta combinación de inteligencia artificial conversacional y gamificación refleja una confluencia de tendencias tecnológicas que generan entornos no solo atractivos, sino también exigentes en lo académico y adaptados al perfil de cada aprendiz.

En este artículo, los autores presentan el juego y su evaluación basada en experimentos involucrando aproximadamente cien participantes. Los resultados aportan a la investigación sobre aprendizaje basado en juegos para STEM al proponer un sistema de juego complejo donde técnicas de inteligencia artificial se integran para apoyar el aprendizaje de estudiantes, confirmando que la experiencia del juego puede ser atractiva para los aprendices también en entornos de aula muy restringidos, como aquellos en los que operaron.

Los resultados experimentales confirmaron que el juego resultó atractivo para los estudiantes, incluso en contextos de aula con restricciones importantes. Esta evidencia tiene un valor especial por cuanto demuestra que la gamificación no solo es viable, sino eficaz dentro de las condiciones reales del sistema educativo, lo que favorece su escalabilidad.

Por su parte, Ahmad y Junaini (2022) contribuyen con PrismAR, una aplicación móvil de juego de cartas de matemáticas de realidad aumentada para aprender sobre prismas. Su trabajo aborda específicamente la educación primaria, para lo cual de-

sarrollaron una aplicación con ejercicios interactivos y cuestionarios en los que se muestran las aristas y vértices del prisma en vistas 2D y 3D. Este proyecto tiene como objetivo ayudar a estudiantes de tercer grado (9 años) a desarrollar sus habilidades matemáticas y hacer que los conceptos matemáticos de prismas sean más interactivos.

Además, un diseño de estudio exploratorio fue usado para evaluar la aplicación con veinte estudiantes de una escuela malaya. Los autores querían determinar su grado de aprobación para el diseño de la aplicación, contenido de aprendizaje, interfaz de usuario e interactividad con los profesores del juego de cartas de realidad aumentada. En términos generales, la evaluación arrojó una calificación media de 4,98, lo cual fue interpretado como un nivel de aceptación muy alto por parte de los participantes.

Entretanto, Costa et al. (2024) presentan el “viaje de aprendizaje de la heroína” (HLJ), un modelo narrativo heroico dirigido a contrarrestar la baja participación femenina en cursos STEM. En particular, el modelo HLJ está desarrollado para mejorar cursos en línea STEM a través de una narrativa que puede alentar a estudiantes femeninas a involucrarse y prevalecer en ellos. El modelo HLJ se estructura en tres actos, cada uno integrado por distintas etapas que representan fases del proceso de aprendizaje adaptadas al recorrido formativo de una estudiante en particular.

El modelo se aplicó para establecer la estructura de un curso en línea de aprendizaje automático preexistente con cientos de estudiantes inscritos. Aunque una primera versión del curso ya presentaba una inscripción femenina más alta de lo esperado ($\approx 37,3\%$), con HLJ verificaron una inscripción femenina aún más alta ($\approx 59,2\%$), superando ligeramente las inscripciones masculinas.

La retroalimentación proporcionada en las respuestas de los aprendices a un cuestionario final, voluntario y anónimo permitió obtener el grado de satisfacción de participantes al final del curso con el HLJ. Las respuestas indicaron que, al final de la segunda edición del curso en línea, los estudiantes pudieron reconocer la existencia de un desequilibrio de género STEM y apreciaron la naturaleza motivadora del modelo HLJ.

De igual manera, la investigación exploró si un mayor grado de inmersión en contextos de aprendizaje basado en juegos se asocia con mejoras sustanciales en las habilidades matemáticas de los estudiantes. Esto se probó entre cincuenta y nueve estudiantes griegos de secundaria usando diseño auténtico. Después de haber reci-

bido un módulo de educación tradicional, los estudiantes fueron probados y, luego, se involucraron durante cuatro semanas en un entorno de aprendizaje virtual 3D basado en escritorio donde podían jugar minijuegos matemáticos.

Los estudiantes mostraron una mejora en sus habilidades matemáticas (d de Cohen = 1,26) con resultados significativos para funciones y geometría, así como para habilidades y métodos de pensamiento. A nivel individual, aproximadamente la mitad de los estudiantes mostraron un aumento del 10 % en uno de los dominios (números y cálculos, funciones, geometría, habilidades y métodos de pensamiento, así como algoritmos y teoría de números).

Se encontró que la inmersión se refleja en el compromiso y presencia, pero ninguno de estos aspectos se asoció con logro matemático después de la intervención. El estudio concluye que el aprendizaje basado en juegos resulta eficaz para potenciar habilidades matemáticas; no obstante, se debe profundizar en los mecanismos que explican por qué y cómo se producen estas mejoras. Los autores discuten varios mecanismos alternativos basados en la literatura que pueden verificarse en estudios futuros.

3.3.2 Herramientas gamificadas en práctica

Llevar a la práctica herramientas gamificadas en entornos educativos implica tener en cuenta múltiples dimensiones: desde aspectos pedagógicos hasta condiciones técnicas y particularidades del contexto. Así lo evidencian investigaciones desarrolladas durante escenarios críticos, como la pandemia del COVID-19, donde la integración tecnológica debió realizarse en condiciones de urgencia, pero sin descuidar criterios de calidad educativa.

Christopoulos y Sprangers (2021) analizaron la integración de una plataforma de tecnología educativa y relacionaron las dificultades enfrentadas durante la pandemia por COVID-19. El punto de partida fue el reconocimiento de las barreras más comunes que enfrentan los docentes cuando se plantean incorporar tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en sus prácticas de aula. Se identificaron y analizaron factores que influyen en las perspectivas de profesores de educación primaria y secundaria ($n = 15$) y estudiantes ($n = 335$) sobre la integración de TIC para instrucción matemática desde la perspectiva de diferentes contextos (escuela vs. hogar) y circunstancias (aprendizaje presencial vs. remoto).

Si bien en muchos casos fue necesario actuar con rapidez, los resultados del estudio enfatizan que no debe omitirse una revisión detallada de las plataformas por implementar ni la realización de pruebas piloto antes de adoptarlas de manera oficial. Por otra parte, desde el diseño instruccional se insiste en que el nivel de gamificación sea calibrado con precisión, especialmente en niveles educativos más avanzados, donde un uso excesivo podría percibirse como superficial o incluso desmotivador.

Este aspecto cobra especial importancia en cursos como el de ecuaciones diferenciales, en los que el perfil del estudiante suele corresponder a etapas formativas avanzadas. En estos casos, una gamificación mal dirigida puede restar seriedad al contenido. Por ello, toda integración tecnológica debe responder a fines pedagógicos concretos y no a modas, presiones o pasiones externas con el fin de mantener la coherencia con el enfoque de pedagogía integradora que hemos promovido.

Se indagó sobre cómo los docentes en ejercicio perciben el uso de un *escape room* educativo en realidad virtual diseñado para el ámbito STEM analizando tanto su potencial como sus limitaciones. Su estudio involucró a cuarenta y un educadores K-12 en un estudio de investigación mixta que incluía un instrumento de cuestionario de encuesta validado y una sesión de evaluación en línea en el contexto de un programa de entrenamiento de profesores (Mystakidis y Christopoulos, 2022).

Los resultados más destacados muestran que estas propuestas instruccionales pueden potenciar significativamente el aprendizaje, pero también ponen en evidencia aspectos que deben ser refinados, sobre todo al adaptar estas herramientas a contextos distintos de aquellos para los que fueron diseñadas inicialmente. En línea con este esfuerzo, se recomiendan acciones de desarrollo profesional más sistemáticas para fomentar el desarrollo de intervenciones adicionales lideradas por profesores.

Este enfoque reconoce que las estrategias gamificadas no son soluciones mágicas, sino herramientas con fortalezas y debilidades que deben ser cuidadosamente gestionadas. La disposición del docente, su criterio y actitud juegan un papel central en el éxito o fracaso de estas propuestas. En ese sentido, el estudio aporta una visión valiosa sobre cómo los profesores interpretan y reconfiguran estas tecnologías en el contexto de sus prácticas reales.

De otro lado, Dai et al. (2023) proporcionan una perspectiva detallada sobre el comportamiento de los estudiantes en entornos de aprendizaje matemático basado en juegos digitales a través de su estudio. En él, se exploraba el uso de apoyo por parte

de estudiantes en el aprendizaje matemático basado en juegos digitales a partir de un enfoque de métodos mixtos utilizando aprendizaje automático y estudio de múltiples casos.

Así, diseñaron y desarrollaron un paquete de apoyos de aprendizaje (planificador de tareas e historia matemática) en un entorno de aprendizaje matemático basado en juegos digitales (DGBLE matemático). Algunas herramientas concretas que se han utilizado incluyen el planificador de tareas, orientado a apoyar la planificación estructurada de la resolución matemática, y la historia matemática, que contextualiza conceptos a través de relatos históricos y aplicaciones prácticas.

Con los datos recopilados a través del enfoque de métodos mixtos, extrajeron seis grupos de comportamientos de uso de apoyo de aprendizaje a través de la técnica de aprendizaje automático no supervisado (es decir, modelo de mezcla gaussiana), incluyendo (1) desarrollo de habilidades y aplicación de descomposición de problemas matemáticos, (2) desarrollo de conocimiento conceptual; (3) conexiones matemáticas metacognitivas, (4) regulación metacognitiva, (5) selección de información usando ayudas cognitivas y (6) motivación sostenida para prácticas aversivas necesarias.

A partir de un estudio cualitativo en diversos casos, se evidenció que los entornos digitales gamificados de aprendizaje (DGBLE) pueden generar interacciones significativas cuando los apoyos están bien diseñados. Estas herramientas promovieron experiencias matemáticas conscientes, personalizadas y altamente relevantes para los aprendices. Por lo demás, los hallazgos sugirieron que un diseño de investigación de métodos mixtos que integra aprendizaje automático con estudio de múltiples casos podría actuar como una herramienta para investigación de comportamiento e interacción de aprendices que informa el diseño de DGBL adaptativo y efectivo.

Jalaludin et al. (2024) evaluaron el impacto del programa Young Engineers de Exxon-Mobil (EYE), que usa la aplicación Zoom para mejorar habilidades del siglo XXI, habilidades de proceso científicos y creatividad entre estudiantes de secundaria en Malasia. Los participantes fueron quinientos veinte estudiantes de secundaria, con profesores actuando como facilitadores e ingenieros profesionales de ExxonMobil sirviendo como instructores.

Asimismo, se llevó a cabo una encuesta de pretest para evaluar los niveles de habilidades iniciales de los estudiantes. El programa consistió en tres fases: *briefing*, actividades de sala de grupos pequeños y reflexiones finales. Al finalizar el programa, se

aplicó una encuesta tipo posttest para identificar posibles cambios en las habilidades desarrolladas por los estudiantes. Se empleó **software** SPSS para el análisis de datos a partir de estadísticas descriptivas, MANOVA con lambda de Wilks; ANOVA de una vía y eta cuadrado parcial para medir el impacto del programa y la influencia de factores de género y regionales (Jalaludin et al., 2024).

Los resultados mostraron mejoras significativas en las tres áreas de habilidades posintervención: habilidades del siglo XXI, habilidades de proceso y creatividad científica. También revelaron diferencias significativas por género en relación con habilidades del siglo XXI, así como variaciones regionales que impactaron en las competencias asociadas al proceso científico. El programa EYE podría mejorar las habilidades relacionadas con STEM de estudiantes usando herramientas de colaboración virtual como Zoom.

Por último, estas disparidades subrayan la necesidad de adaptar los programas a las características específicas de cada población estudiantil con el fin de garantizar equidad en el acceso y resultados. Aunque la gamificación demuestra ser una estrategia poderosa, su eficacia depende de una implementación sensible al contexto y a la diversidad de los estudiantes.

3.4 Realidad aumentada y virtual

Figura 11. Representación del uso de realidad aumentada y realidad virtual en la enseñanza de ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

3.4.1 Aplicaciones de RA en visualización matemática

La realidad aumentada (RA) se perfila como una de las herramientas tecnológicas más potentes para enriquecer la enseñanza de las matemáticas. Su valor radica en que permite transformar conceptos abstractos —como los propios de las ecuaciones diferenciales— en representaciones visuales e interactivas que los estudiantes pueden manipular y explorar en su entorno físico. Gracias a esta superposición de lo digital sobre lo real la comprensión de ideas complejas se vuelve más accesible y significativa.

Sobre esto, Xie y Zhang (2024) crearon un sistema de enseñanza de matemáticas de escuela primaria de realidad virtual basado en fusión de datos GIS, reconociendo que la tecnología de realidad virtual está siendo más conocida por las personas y que la informatización de la educación se promueve vigorosamente en la modernización del país. Al integrarse con tecnologías como los Sistemas de Información Geográfica (GIS), la realidad virtual ha demostrado un enorme potencial para transformar la enseñanza de las matemáticas, incluso desde los niveles primarios.

Basada en datos espaciales tridimensionales, esta tecnología permite modelar, analizar y visualizar conceptos matemáticos de manera más intuitiva integrando saberes clásicos con innovaciones tecnológicas emergentes.

Los autores emplean principalmente el método de análisis de casos, para lo cual presentan ejemplos de sistema de enseñanza experimental virtual, sistema de enseñanza auxiliar inteligente y sistema de enseñanza de aula virtual para analizar las tecnologías relacionadas y, luego, aplicar el método de investigación y método experimental para probar el sistema propuesto para, de esta forma, organizar las opiniones de los estudiantes sobre la actitud sistemática.

Según datos recogidos en la investigación con setenta y ocho estudiantes, la mayoría percibió que los entornos virtuales de enseñanza matemática facilitaban la comprensión de principios complejos al simular experiencias prácticas. Por otra parte, más del 50 % de los estudiantes creían que el sistema de educación experimental virtual había aumentado significativamente su interés en el aprendizaje (Xie y Zhang, 2024). Este hallazgo reitera la relevancia de explorar continuamente propuestas pedagógicas basadas en realidad virtual y fusión de datos, especialmente en contextos escolares donde la abstracción matemática suele representar un reto importante.

Esta evidencia empírica demuestra el potencial de la realidad virtual para transformar experiencias de aprendizaje matemático desde actividades abstractas hacia exploraciones interactivas y experienciales. La capacidad de simular experiencias de operación es particularmente relevante para ecuaciones diferenciales, donde los estudiantes pueden beneficiarse enormemente de la visualización directa respecto a cómo los cambios en parámetros afectan el comportamiento de sistemas dinámicos.

Ahora, Adnan et al. (2024) contribuyen con el desarrollo del módulo de simulación de juego tradicional con tecnología de realidad aumentada (AR-SiGaSTEM) en aprendizaje en línea para fortalecer habilidades STEM entre estudiantes. En el marco de la educación STEM, se diseñó y evaluó el módulo AR-SiGaSTEM, una herramienta de enseñanza basada en realidad aumentada que incorpora dinámicas de juegos tradicionales adaptadas al entorno educativo. Las evaluaciones de usabilidad arrojaron resultados muy positivos, lo que confirma que este tipo de innovación no solo es funcional, sino altamente aceptada por los estudiantes.

El objetivo principal consistía en ayudar a profesores a fortalecer habilidades STEM entre estudiantes a través de este enfoque innovador habilitado por tecnología. Otros objetivos eran (1) identificar perspectivas de profesores sobre aceptar módulos de enseñanza integrados con AR para aprendizaje en línea; (2) desarrollar un módulo AR-SiGaSTEM y juego con contenido, funciones y características adecuadas para aprendizaje STEM en línea y (3) evaluar la usabilidad del módulo en enseñanza para mejorar habilidades STEM a través del currículo.

El estudio utiliza métodos de investigación de diseño y desarrollo en tres fases: (1) analizar los requisitos de contenido y diseño de módulo basado en perspectivas de aceptación de profesores; (2) diseñar y desarrollar el módulo siguiendo el modelo instruccional ASSURE y (3) evaluar la usabilidad con dieciséis profesores STEM. El módulo AR-SiGaSTEM está dirigido a profesores de matemáticas de Forma Uno. Los datos se recopilaban a través de un cuestionario del modelo de aceptación de tecnología (TAM) y un cuestionario de usabilidad basado en alineación constructiva.

Los profesores estuvieron de acuerdo en que los módulos AR bien diseñados y alineados con objetivos pueden facilitar efectivamente el aprendizaje en línea. Las pruebas de usabilidad mostraron que el módulo AR-SiGaSTEM logró calificaciones altas de usabilidad. Este módulo de tecnología educativa incorpora sabiduría local a través de enfoques de aprendizaje creativos alineados con el currículo. Por otro lado, la iniciativa se enfilan con los esfuerzos por formar profesionales con com-

petencias clave para la Industria 5.0 en concordancia con políticas nacionales de innovación tecnológica, como el caso expuesto de Malasia.

Hobbs y Holley (2022) elaboraron un estudio que se enfoca en estudiantes de computación de pregrado de primer año que fallaron en involucrarse con un enfoque tradicional y didáctico para enseñar habilidades blandas. Un rediseño curricular radical implementó una nueva integración metodológica de investigación de acción, tecnología móvil y pedagogía constructivista. Los estudiantes crearon artefactos interactivos con una aplicación de realidad aumentada en dispositivos móviles para promover y mejorar habilidades de trabajo en equipo y comunicación.

Siguiendo una metodología de investigación de acción, los estudiantes desarrollan habilidades blandas como un aspecto emergente de un enfoque combinado a su trabajo de proyecto inspirado profesionalmente. Uno de los factores de éxito fue permitir que los estudiantes utilizaran sus propios dispositivos móviles, lo que fortaleció su sentido de apropiación y motivación. Durante los cuatro años de implementación, se observó un aumento notable en la participación estudiantil, pasando del 66 % al 93 %, acompañado de una mejora significativa en los niveles de satisfacción.

El caso de AR-SiGaSTEM ilustra cómo la realidad aumentada no solo favorece la enseñanza de contenidos matemáticos específicos, sino que también potencia habilidades transversales como el trabajo colaborativo y la comunicación efectiva. El notable incremento en la participación y el entusiasmo estudiantil demuestra que, cuando se integra con sentido pedagógico, la RA puede transformar radicalmente la manera en que los estudiantes se involucran con su proceso de aprendizaje.

Entretanto, Lindner et al. (2022) desarrollaron una aplicación AR junto con un concepto de enseñanza para la implementación de datos de detección remota hiperspectral en lecciones escolares usando realidad aumentada. Para el propósito de expandir la educación STEM con datos y métodos de detección remota (RS), se desarrolló una aplicación de realidad aumentada (AR) en combinación con una hoja de trabajo y plan de lección.

Se buscaron datos del Imager Hiperspectral para el Océano Costero (HICO) para temas aplicables a currículos STEM, que se encontró en el ejemplo de una floración de algas dañinas en el lago Erie, Estados Unidos, en el 2011. Se aplicaron algoritmos de forma espectral para diferenciar entre algas verdes menos dañinas y algas azules más dañinas en el lago. Los datos fueron preprocesados para reducir su tamaño

significativamente sin perder demasiada información y, luego, se integraron en una aplicación que fue desarrollada en Unity con la extensión Vuforia.

Fue diseñada para permitir a los estudiantes navegar y entender los datos crudos en RGB y un cubo hiperespectral tangible, así como para analizar mapas de algas derivados de él. La aplicación funciona en *smartphones* Android con uso de datos minimizado para hacerla menos dependiente de financiamiento escolar, teniendo en cuenta también el trasfondo socioeconómico de los estudiantes. A partir de conceptos educativos como aprendizaje activo y colaborativo, constructivismo moderado e investigación científica, los datos se integraron en una lección sobre problemas ambientales que fue mejorada por la aplicación AR.

Finalmente, la aplicación y hoja de trabajo fueron evaluadas en dos cursos avanzados de geografía ($n = 36$) y se encontró que eran complejas, pero factibles y comprensibles para el grupo objetivo de estudiantes alemanes de secundaria en sus últimos dos años escolares. Por lo tanto, los datos hiperespectrales pueden usarse para lecciones STEM con tecnología AR en *smartphones* de estudiantes con varias limitaciones tanto en la tecnología usada como para la ganancia de conocimiento.

3.4.2 Exploraciones con RV en sistemas dinámicos

La realidad virtual ofrece oportunidades únicas para la exploración de sistemas dinámicos complejos, lo que facilita a los estudiantes de ecuaciones diferenciales experimentar de forma directa con comportamientos que serían imposibles de visualizar a través de métodos tradicionales. La inmersión completa que proporciona la RV permite a los estudiantes “habitar” espacios matemáticos abstractos y manipular sistemas dinámicos de maneras que trascienden las limitaciones de representaciones bidimensionales tradicionales.

Sobre esto, Holly et al. (2023) desarrollaron un entorno de aprendizaje *multiplayer* asimétrico para realidad virtual de escala de habitación y un dispositivo portátil para abordar el problema de que muchos entornos de aprendizaje digital diferentes están actualmente en uso, y en combinación con tecnologías de realidad virtual (RV), estos permiten la creación de experiencias prácticas atractivas. Mientras que los entornos RV pueden sumergir profundamente a la persona que usa el casco, los espectadores a menudo no están involucrados activamente o ni siquiera se consideran en la fase de diseño.

Esto es un problema para entornos de aprendizaje, ya que el aprendizaje suele tomar lugar en pares o grupos. De esta manera, Holly et al. (2023) proponen un sistema novedoso que permite a más de una persona unirse al mundo RV en un espacio colocalizado para superar este problema. Además del casco RV clásico, el sistema de realidad virtual asimétrico presenta una tableta rastreada por posición. Para evaluar este concepto, llevaron a cabo un estudio con catorce estudiantes para explorar la experiencia del usuario y su motivación, la presencia social, además de posibles campos adicionales de aplicación.

Los resultados indican que, en ambas perspectivas, los usuarios sienten que pueden controlar el mundo virtual. Este control compartido sobre entornos virtuales es particularmente valioso para la educación en ecuaciones diferenciales, donde la colaboración en la exploración de sistemas complejos puede mejorar significativamente la comprensión conceptual. La capacidad de múltiples estudiantes para interactuar de forma simultánea con representaciones de sistemas dinámicos facilita modos de aprendizaje colaborativo que serían imposibles en configuraciones tradicionales.

Por su parte, Cortés Rodríguez et al. (2022) presentan herramientas en línea para construir fácilmente modelos moleculares virtuales para visualización en realidad aumentada y virtual en la web. Varios grupos desarrollaron en los últimos años *software* de realidad aumentada y virtual (RA/RV) para visualizar moléculas 3D, la mayoría bastante estáticas, limitadas en contenido y requiriendo instalaciones de *software*, algunas incluso requiriendo *hardware* costoso.

En el 2020, los autores lanzaron *moleculARweb* (<https://molecularweb.epfl.ch>), un sitio web que ofrece contenido interactivo para educación en química y biología estructural a través de RA basada en web de productos básicos que funciona en dispositivos de consumo como *smartphones*, *tablets* y *laptops*. Entre miles de usuarios, los profesores solicitan cada vez más que haya una mayor cantidad de macromoléculas biológicas disponibles, una demanda que no pueden abordar individualmente.

Por lo tanto, para permitir a los usuarios elaborar su propio material, construyeron una interfaz web donde pueden crear experiencias AR en línea en pocos pasos, comenzando desde estructuras de Protein Data Bank, AlphaFold o subidas personalizadas o bien, desde objetos/escenas virtuales exportados desde el programa Visual Molecular Dynamics sin ningún conocimiento de programación. La herramienta web también retorna sesiones WebXR para visualizar y manipular los modelos en

dispositivos compatibles con WebXR, incluyendo teléfonos inteligentes, tabletas y también cascos RV inmersivos con navegadores aptos para WebXR, donde los modelos pueden manipularse incluso con las manos desnudas cuando sea soportado por el dispositivo.

Aunque su enfoque es en química, sus principios técnicos son directamente aplicables a la visualización de sistemas matemáticos complejos. Esta accesibilidad técnica es crucial para la implementación escalable de tecnologías RV/RA en educación matemática para que los estudiantes puedan acceder a experiencias inmersivas usando dispositivos que ya poseen.

Ahora bien, Tito Cruz et al. (2023) desarrollaron ORUN-VR2, un juego de RV sobre cinemática de proyectiles, enfocándose en diseño, evaluación y resultados de aprendizaje. La realidad virtual ofrece posibilidades para la educación en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas, lo que facilita la comprensión de conceptos abstractos. En este trabajo, diseñaron, desarrollaron y probaron un juego RV inmersivo —ORUN-VR— para involucrar a estudiantes y mejorar su comprensión de los conceptos de física relacionados con la cinemática de proyectiles.

Para ello, se realizaron experimentos basados en usuarios, pruebas de conocimiento y usabilidad, además de evaluaciones de compromiso y presencia, captura de pantalla y análisis estadístico tanto para obtener como para analizar datos de más de ciento treinta estudiantes de secundaria que han jugado ORUN-VR. Las pruebas de conocimiento indicaron una ganancia de aprendizaje general del 52 % para los estudiantes que jugaron en comparación con aquellos que no, con diferencias entre hombres y mujeres. El compromiso del juego y la presencia RV fueron evaluados de forma positiva.

Se discuten los efectos del compromiso del juego, presencia en RV y género en los resultados de aprendizaje, los cuales mostraron que ORUN-VR puede ser un entorno RV inmersivo valioso para apoyar el aprendizaje en cinemática de proyectiles. La mejora del 52 % en el aprendizaje demuestra el potencial transformador de experiencias RV bien diseñadas para conceptos que tradicionalmente son difíciles de visualizar (Tito Cruz et al., 2023).

Entretanto, Moon et al. (2025) produjeron un estudio exploratorio que diseñó y validó tareas de rendimiento basadas en juegos para evaluar el desarrollo de flexibilidad representacional en adolescentes autistas a través de entrenamiento basado en VR. La flexibilidad representacional, una habilidad cognitiva crítica, involucra

cambio de atención, generación de representaciones y reconocimiento de patrones que, a su vez, son habilidades esenciales para la resolución adaptativa de problemas y éxito en educación STEM.

A pesar del uso creciente de VR en intervenciones educativas, la investigación limitada ha explorado métodos de evaluación dinámicos y en tiempo real para flexibilidad representacional, particularmente para aprendices autistas. Para abordar esta brecha, llevaron a cabo setenta y una sesiones de entrenamiento basadas en realidad virtual con siete adolescentes autistas, implementando una variedad de tareas basadas en juegos dirigidas a subconjuntos específicos de flexibilidad representacional.

Usando análisis de correlación y regresión, evaluaron la validez predictiva de estas tareas. Los hallazgos indicaron relaciones significativas entre rendimiento de tareas y subconjuntos de flexibilidad representacional, con ciertas tareas demostrando fuerte potencial como *proxies* para evaluaciones cognitivas dinámicas. El estudio destaca la viabilidad de tareas de rendimiento basadas en juegos como un enfoque innovador para rastrear desarrollo cognitivo en entornos de aprendizaje inmersivos (Moon et al., 2025).

Estos hallazgos contribuyen ampliamente al avance de prácticas educativas inclusivas basadas en RV y metodologías de evaluación adaptadas a las necesidades únicas de aprendices neurodiversos. Esta investigación demuestra cómo la RV puede adaptarse para apoyar poblaciones estudiantiles diversas, incluyendo aquellas con necesidades educativas especiales.

Anwar (2025) desarrolló un Entorno de Aprendizaje Virtual (VLE) para aprendizaje de matemáticas adaptado a niños con trastornos del espectro autista (ASD) en una escuela de necesidades especiales en Jambi, utilizando el modelo de Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación (ADDIE). Se enfocó en mejorar las experiencias de aprendizaje y resultados para estudiantes ASD en un entorno educativo especializado.

En la fase de análisis, las necesidades y desafíos de estudiantes ASD en aprender matemáticas fueron identificados a través de observaciones, entrevistas y revisión de literatura. La fase de diseño involucró la creación de un plano detallado para el VLE con énfasis en características interactivas y amigables al usuario. Durante la fase de desarrollo, el VLE fue ejecutado a partir de la incorporación de elementos multimedia para involucrar a estudiantes efectivamente.

La fase de implementación incluyó desplegar el VLE en el aula y entrenar a profesores y estudiantes para usar el sistema, mientras que en la fase de evaluación se analizó la efectividad del VLE a través de métricas, como actividades visuales, verbales, auditivas, de escritura, motoras y emocionales durante cuatro reuniones. Los resultados mostraron mejoras consistentes en todas las actividades, particularmente actividades visuales, auditivas, de escritura y motoras, demostrando mejoras significativas en el compromiso estudiantil y comprensión de conceptos matemáticos.

La investigación de Anwar (2025) subraya la importancia de un proceso de desarrollo estructurado y el impacto positivo de entornos de aprendizaje mejorados por tecnología en estudiantes con ASD. El éxito de este proyecto demuestra que las tecnologías de realidad virtual y realidad aumentada pueden adaptarse con efectividad para apoyar necesidades de aprendizaje diversas, incluyendo estudiantes con necesidades educativas especiales.

3.4.3 Integración RA/RV en entornos educativos híbridos

Hoy en día, la integración de tecnologías como la realidad aumentada (RA) y la realidad virtual (RV) con modelos pedagógicos híbridos abre caminos inéditos en la educación. Gracias a esta convergencia, los estudiantes pueden transitar entre ambientes físicos y simulados, beneficiándose de las fortalezas de cada uno para construir experiencias de aprendizaje más completas y significativas.

Silva et al. (2025) diseñaron escenarios educativos con realidad virtual dirigidos a estudiantes con Trastorno del Espectro Autista (TEA) con énfasis en validar instrumentos pedagógicos y construir contenidos STEM adaptados. Este tipo de experiencias inmersivas no solo hacen más accesible y motivadora la educación para estudiantes neurodivergentes, sino que también abren nuevas posibilidades de inclusión real y desarrollo de competencias científicas y tecnológicas.

A pesar de los avances, la literatura especializada evidencia una carencia importante de recursos educativos diseñados específicamente para estudiantes con necesidades particulares como el TEA. Esta brecha dificulta su inclusión plena, por lo que resulta fundamental desarrollar soluciones pedagógicas inclusivas que respondan con pertinencia a sus contextos y capacidades. El objetivo de este estudio es validar la metodología de recopilación de datos que permitirá el desarrollo de entornos de aprendizaje virtual con contenido STEM para estudiantes con TEA.

Por otra parte, la metodología de investigación de ciencias del diseño (DSR) fue usada para desarrollar un artefacto RV para estudiantes con TEA. En el transcurso del programa se aplicó el método Delphi para incorporar la experiencia de expertos en la validación de los requisitos específicos del sistema. Ambos permitirán un enfoque inclusivo y distintivo al desarrollo de un artefacto con el objetivo de ofrecer una experiencia educativa innovadora para, de esta manera, satisfacer las necesidades variadas y estilos de aprendizaje de estudiantes con ASD, optimizando la efectividad del VLE propuesto.

Los resultados reflejan una alta aceptación por parte de estos profesionales, quienes reconocen el potencial del enfoque, aunque también señalan áreas por fortalecer. En conjunto, el estudio representa una contribución valiosa hacia la innovación educativa inclusiva reforzada por la colaboración interdisciplinaria.

Çakiroğlu et al. (2024) investigaron el uso de realidad virtual en educación matemática realista para desarrollar habilidades de alfabetización matemática. A pesar del énfasis que se ha puesto en la alfabetización matemática, los resultados en pruebas estandarizadas todavía evidencian dificultades. Frente a este panorama, algunos estudios proponen integrar la educación matemática realista con entornos virtuales, dando lugar a propuestas como la Educación Matemática Realista Virtual (VRME) con el objetivo de fortalecer la comprensión conceptual desde una experiencia más contextualizada.

Los autores adoptaron un diseño de investigación experimental de un grupo con la participación de veinte estudiantes de secundaria de sexto grado. Los datos cualitativos también fueron usados para explicar las mejoras en alfabetización matemática. Los resultados revelaron que todas las dimensiones de habilidades de alfabetización matemática —emplear, interpretar y formular— fueron mejoradas, mientras que las mejoras en la dimensión relacionada con interpretar fueron las más bajas.

Los resultados también indicaron la importancia de la construcción conjunta de conocimiento a través de discusión para el desarrollo de alfabetización matemática, especialmente para la dimensión interpretar. Finalmente, el estudio demostró que las herramientas virtuales pueden usarse para mejorar la alfabetización matemática expandiendo RME. Este enfoque híbrido que combina pedagogía realista con tecnología virtual representa una evolución significativa en el diseño de experiencias educativas matemáticas.

Vitale y Dello Iacono (2024) investigaron el uso de robots sociales como tecnología educativa inclusiva para el aprendizaje de matemáticas a través de narrativa. De forma más específica, se evaluó la utilidad del robot social Pepper en sesiones de matemáticas inclusivas. El robot no solo proporcionaba retroalimentación inmediata y personalizada, sino que también incorporaba elementos narrativos que generaban una experiencia más cercana y emocional. Su enfoque está en integrar inteligencia artificial (IA) innovadora con principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA).

La muestra incluyó a cinco estudiantes que interactuaron directamente con el robot durante las actividades. Sus resultados sugieren que el uso de Pepper aumenta significativamente el compromiso estudiantil proporcionándoles apoyo personalizado. La capacidad del robot para la interacción estudiantil dinámica y empática crea un entorno de aprendizaje más estimulante y alentador (Vitale y Dello Iacono, 2024).

Asimismo, el estudio demuestra que los robots sociales tienen un gran potencial en contextos de educación inclusiva, sobre todo por su capacidad de adaptarse a diversas necesidades de aprendizaje en matemáticas. Sin embargo, los resultados de esta investigación necesitan ser validados a través de estudios futuros involucrando más participantes durante un largo período.

En definitiva, la combinación de estos dispositivos con entornos virtuales representa una frontera prometedora, pues fusiona la interacción física con herramientas digitales, lo que abre el camino hacia entornos de aprendizaje híbridos más ricos, sensibles y personalizados.

El robot no solo proporcionaba retroalimentación inmediata y personalizada, sino que también incorporaba elementos narrativos que generaban una experiencia más cercana y emocional. Su enfoque está en integrar inteligencia artificial (AI) innovadora con principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA).

3.5 Perspectivas de integración y desafíos emergentes

Figura 12. Representación de la convergencia entre inteligencia artificial, conectividad 5G y tecnologías inmersivas en la educación virtual de ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

3.5.1 Ecosistemas tecnológicos convergentes

Uno de los desarrollos más trascendentales en la enseñanza virtual de matemáticas es la integración de tecnologías diversas en ecosistemas educativos que funcionan de manera coordinada. Esta convergencia tecnológica no solo amplía las capacidades individuales de cada herramienta, sino que posibilita experiencias de aprendizaje más complejas y enriquecidas imposibles de lograr cuando estas operaban de forma independiente.

Boztaş et al. (2025) proporcionan una perspectiva bibliométrica sobre las modalidades de aprendizaje moldeadas por la transformación digital en educación a distancia a partir del análisis de tendencias y reflexiones entre el 2017 y el 2023. Su análisis bibliométrico, que incluyó seiscientos ochenta y siete publicaciones indexadas en la

base de datos Scopus, examina el impacto de la transformación digital en la educación con un enfoque particular en educación a distancia y sus formas apoyadas por tecnología como *e-learning*, aprendizaje móvil y aprendizaje abierto.

Según los autores, los estudios recientes muestran que las percepciones estudiantiles sobre el *e-learning* son diversas, destacando la urgencia de enfoques prácticos que aborden obstáculos persistentes como la accesibilidad, la confiabilidad tecnológica y la facilidad de uso. Entre los temas recurrentes emergen la inclusión, los sistemas adaptativos y la incorporación de tecnologías como inteligencia artificial, gamificación y realidad virtual, que empiezan a configurar un nuevo horizonte pedagógico.

Desde la irrupción de la pandemia por COVID-19, se ha evidenciado un crecimiento notable en la producción investigativa sobre educación digital. Este fenómeno refleja cómo las disrupciones globales aceleraron la adopción de tecnologías educativas, lo que ha provocado transformaciones estructurales que antes se pensaban graduales. Así, aparecen temas clave, como tecnologías inteligentes en educación y campus inteligente y universidad digital, prominentemente en la era pospandémica, junto con nuevas discusiones sobre educación STEM, competencia digital y aprendizaje personalizado.

Las investigaciones destacan cómo las herramientas digitales han contribuido a reducir brechas de accesibilidad y han fortalecido el compromiso del estudiantado. Sin embargo, también hacen visibles las inequidades que persisten. En este contexto, se plantea la urgencia de articular tecnologías emergentes con estrategias pedagógicas innovadoras con las cuales se puedan superar obstáculos estructurales, elevar la calidad de los aprendizajes y consolidar modelos educativos sostenibles mediados por tecnología.

López Meneses et al. (2025) exploran la computación cuántica en ciencia de datos y educación STEM, mapeando tendencias académicas y analizando herramientas prácticas. Su estudio investiga cómo la computación cuántica puede integrarse de forma significativa en educación superior al combinar un enfoque dual: una evaluación estructurada de la literatura especializada y una evaluación práctica de herramientas educativas.

Primero, un estudio de mapeo científico basado en doscientas ochenta y una publicaciones revisadas por pares indexadas en Scopus entre el 2015 y el 2024 identifica tendencias de crecimiento, grupos temáticos y redes de colaboración internacional

en la intersección de computación cuántica, ciencia de datos y educación. En un segundo momento, se realizó una comparación entre plataformas educativas especializadas, como Qiskit, Quantum Inspire, QuTiP y Amazon Braket, evaluándolas con criterios pedagógicos como accesibilidad, facilidad de uso e integración efectiva con el currículo. Este análisis resulta clave para orientar decisiones sobre herramientas por incorporar en procesos formativos emergentes.

Los hallazgos evidencian cómo tecnologías como la computación cuántica, la inteligencia artificial y la analítica de datos confluyen para redefinir el panorama educativo. Frente a esto, se propone una hoja de ruta para implementar de manera paulatina programas de alfabetización cuántica en carreras STEM de manera escalable y pedagógicamente fundamentada. El estudio proporciona un marco estratégico y hoja de ruta para apoyar la adopción gradual y escalable de alfabetización cuántica en programas STEM a nivel universitario.

Por lo demás, se espera que el desarrollo continuo de tecnologías como la inteligencia artificial, las redes 5G y la computación en la nube amplíen notablemente el alcance y adaptabilidad de aplicaciones basadas en realidad aumentada y realidad virtual, permitiendo su implementación a mayor escala en contextos educativos diversos. El impacto a largo plazo en el rendimiento estudiantil, comparación con métodos de enseñanza tradicionales e implicaciones éticas de RA/RV en educación son algunos de los problemas de investigación notables cubiertos en el artículo.

Chen et al. (2023), por su parte, proporcionan un análisis comprehensivo del metaverso en educación desde la identificación de contribuyentes, cooperaciones y temas de investigación. Basándose en trescientos diez artículos académicos publicados del 2004 al 2022, este estudio identifica contribuyentes, cooperaciones científicas y temas de investigación usando bibliometría, análisis de redes sociales, modelado de temas y análisis de palabras clave.

Los resultados sugieren que Edu-Metaverse ha ganado atención creciente en la academia desde el 2019; además, países ubicados en las mismas regiones son socios cercanos en cooperación científica. Al interpretar conjuntamente resultados de modelado de temas y análisis de palabras clave, este estudio revela ocho temas principales en el campo de Edu-Metaverse: (1) educación física basada en Metaverse, (2) simulaciones apoyadas por Metaverse para aprendizaje colaborativo basado en problemas (PBL) en educación de salud/médica; (3) entorno de aprendizaje virtual 3D apoyado por apreciación y creación de arte en educación artística, (4) laboratorios habilitados por Metaverse para educación STEM; (5) desarrollo de lenguaje

y habilidades del siglo XXI a través de aprendizaje de idiomas inmersivo apoyado por Metaverse; (6) Metaverse para desarrollar habilidades de comunicación social de niños autistas; (7) educación basada en experiencia lúdica apoyada por mundo virtual Metaverse y (8) investigación cuantitativa sobre Edu-Metaverse enfocándose en la experiencia de aprendices.

También identificaron desafíos y direcciones que necesitan atención adicional: (1) seguridad de datos y protección de privacidad; (2) equilibrio entre identidades del mundo real y virtual; (3) preparación de instructores para Edu-Metaverse y (4) evaluación de competencias de pensamiento de orden superior en PBL basado en Edu-Metaverse. Este trabajo ayuda a facilitar la comprensión de investigadores y practicantes sobre investigación Edu-Metaverse y aumenta su consciencia sobre fronteras de investigación y direcciones futuras.

3.5.2 Desafíos de implementación y sostenibilidad

Pese al potencial transformador de estas tecnologías, su implementación efectiva enfrenta desafíos significativos que van desde consideraciones técnicas hasta factores sociales, económicos y pedagógicos que deben abordarse sistemáticamente.

Maisano et al. (2024) examinaron aspectos críticos de la educación STEM remota en el período pospandémico desde las perspectivas de los estudiantes y la facultad en varias universidades europeas. Esta investigación se llevó a cabo aproximadamente cuatro años después de que comenzara la pandemia COVID-19 con el objetivo de evaluar tanto la efectividad como los desafíos del aprendizaje remoto junto con avances en tecnología educativa y modelos de enseñanza.

Los datos fueron recopilados a través de cuestionarios estructurados aplicados a más de quinientos estudiantes y casi doscientos miembros de facultad de cuatro universidades europeas. Los autores se centraron en aspectos como los recursos disponibles, la eficacia del soporte técnico, la calidad de la formación ofrecida, la retroalimentación en entornos virtuales de evaluación, así como las dinámicas sociales propias del aprendizaje en línea. Los hallazgos muestran diferencias claras entre cómo perciben estudiantes y docentes ciertos aspectos del proceso formativo. Para los estudiantes, contar con retroalimentación clara y oportuna fue fundamental para su aprendizaje; en cambio, los docentes tendieron a enfocarse más en la interacción directa, algo que, curiosamente, los estudiantes no valoraron como prioritario. A pesar de estas diferencias, ambos grupos reconocieron los desafíos más amplios para la calidad educativa e integridad académica.

De forma general, las universidades participantes mostraron coincidencias en sus respuestas sin que se observaran diferencias relevantes por género. Estos resultados pueden ser de gran utilidad para quienes diseñan políticas educativas en tanto brindan insumos orientados a ajustar las prácticas pedagógicas y los métodos de evaluación en entornos remotos, especialmente en programas STEM.

Por su parte, Atuahene y XuSheng (2024) llevaron a cabo un estudio centrado en cómo el liderazgo digital y diversas barreras tanto internas como externas afectan la adopción del *e-learning* del profesorado en instituciones educativas africanas. La investigación profundiza en los obstáculos que enfrentan los docentes y el rol que juega el liderazgo institucional en este proceso de transformación pedagógica.

Los investigadores aplicaron encuestas a docentes formados en áreas STEM, cuyos datos fueron analizados mediante el *software* SPSS (versión 23). Los resultados indicaron que, a mayor liderazgo digital, menor es la presencia de barreras internas y externas entre los docentes. No obstante, no se encontró un efecto estadísticamente significativo del liderazgo sobre el uso de inteligencia artificial en el ámbito escolar. En contraste, sí se observó una influencia positiva en la adopción de libros de texto electrónicos y prácticas de aprendizaje basadas en la web.

Por el contrario, las barreras internas y externas de profesores exhiben efectos adversos en la integración de *e-books* y aprendizaje basado en web mientras impactan positivamente la adopción de inteligencia artificial en entornos educativos. Los hallazgos destacan la importancia de fortalecer los programas STEM, dado que su implementación facilita la aceptación y el uso efectivo de herramientas de *e-learning* por parte del profesorado.

Entretanto, Mukuka y Alex (2025) perfilaron la preparación de educadores de profesores de matemáticas para la integración de tecnología digital en Zambia. Explorar el rol de los educadores de profesores de matemáticas resulta fundamental para enriquecer la formación profesional de quienes enseñarán esta asignatura en el futuro. Sin embargo, hay una escasez de estudios recientes cuyo enfoque sea la preparación de MTE para integración de tecnología, particularmente en lo que respecta al contexto educativo zambiano y la región más amplia del África subsahariana.

Este estudio evaluó la preparación de MTE en Zambia para integrar efectivamente tecnología digital en educación matemática, examinando su competencia tecnológica percibida y familiaridad, utilidad percibida y facilidad de uso percibida. Usando

un diseño de investigación transversal predominantemente cuantitativo, se recolectaron respuestas de ciento cuatro MTE de dieciséis colegios de educación y doce universidades en Zambia a través de un cuestionario semiestructurado en línea.

Los hallazgos mostraron que, en promedio, los participantes exhibieron una familiaridad baja a moderada con varias aplicaciones de **software** relacionadas con matemáticas, sistemas de gestión de aprendizaje electrónico y herramientas de videoconferencia basadas en web. Aunque la competencia tecnológica y facilidad de uso percibida fueron deficientes, los MTE demostraron consciencia del valor de la tecnología digital y expresaron disposición para asegurar que los profesores de matemáticas en preservicio adquieran tanto la información necesaria como las habilidades para integración de tecnología en enseñanza y aprendizaje de matemáticas.

Además, en la investigación se identificó que la disposición del profesorado para incorporar tecnología en sus clases está influenciada en buena medida por la utilidad que perciben en las herramientas digitales y por el nivel de competencia que tienen con ellas. Conforme los educadores adquieren mayor dominio tecnológico, tienden a ver estas herramientas como más accesibles y fáciles de utilizar. En este contexto, se concluye que brindar apoyo tecnológico adecuado no solo mejora la percepción que los MTE tienen sobre el uso de la tecnología, sino que también fortalece su motivación para integrarla en sus prácticas pedagógicas.

3.5.3 Directrices para una implementación exitosa

La experiencia acumulada en torno a la implementación de tecnologías educativas emergentes permite identificar principios fundamentales que orientan su adopción efectiva en escenarios de enseñanza virtual de las matemáticas.

En su estudio, Meylani (2024) propone un modelo que orienta la construcción de entornos virtuales de aprendizaje en el marco de la educación STEM del siglo XXI. Basado en una revisión sistemática y una síntesis cualitativa, el autor analiza cómo la educación STEM puede preparar a los estudiantes ante los retos actuales al evaluar la efectividad de los Entornos de Aprendizaje en Línea (OLE) en dicho propósito. El objetivo central de esta investigación consistió en identificar los rasgos fundamentales de los OLE eficaces y proponer un marco integral para su diseño e implementación.

A partir de una revisión sistemática y una síntesis cualitativa de doscientos veintiocho artículos revisados por pares publicados entre el 2000 y el 2023, el estudio

adopta un enfoque metodológico riguroso siguiendo las pautas PRISMA para analizar tendencias clave, temáticas recurrentes y aportes prácticos relevantes para la mejora educativa. Los hallazgos muestran cuarenta y seis características esenciales de OLE óptimos, categorizados en diez temas: (1) preparación para el futuro, (2) enfoques basados en el cerebro, (3) mecanismos de aprendizaje diversos, (4) implementación de alta fidelidad, (5) perspectivas de diseño instruccional, (6) tecnologías avanzadas, (7) objetos de aprendizaje en línea, (8) enfoques pedagógicos, (9) consideraciones psicológicas y (10) factores de usabilidad.

De igual forma, los resultados del estudio refuerzan la necesidad de combinar tecnologías innovadoras con enfoques pedagógicos bien fundamentados con el fin de diseñar espacios de aprendizaje que sean dinámicos, inclusivos y capaces de adaptarse a la diversidad de trayectorias y necesidades del estudiantado. El estudio concluye con un modelo integral diseñado para orientar a docentes, responsables de políticas educativas y desarrolladores tecnológicos en la construcción de entornos de aprendizaje en línea (OLE) que fortalezcan el compromiso estudiantil y mejoren los resultados de aprendizaje en el contexto de la educación STEM.

Por su parte, Suominen et al. (2024) investigaron el uso y las opiniones de estudiantes de escuelas vocacionales sobre soluciones de aprendizaje en línea basadas en voluntariados presentadas en un curso de matemáticas. Su artículo se enfoca en el uso por parte de estudiantes de secundaria vocacional finlandeses, incluidas sus opiniones frente a los aspectos y actividades basados en voluntariados de un curso de matemáticas en línea obligatorio. Un aspecto específico analizado en la investigación fue el posible impacto del área vocacional del estudiante sobre sus percepciones y comportamientos en el entorno educativo.

Hubo en total trescientos trece estudiantes de seis campos vocacionales que participaron en este estudio, pero el número de estudiantes que respondieron a los cuestionarios de retroalimentación relacionados con las diferentes oportunidades y labores varió. Entre las distintas opciones brindadas, la posibilidad de repetir actividades fue la más utilizada y valorada por los estudiantes, quienes la consideraron especialmente útil para su proceso de aprendizaje. Casi el 90 % de los encuestados terminaron, ya sea voluntariamente o bajo orientación, aprovechando la opción de repetición.

El video educativo fue visto por casi el 60 % de los estudiantes, quienes también respondieron a las preguntas relacionadas con el video. Ellos tuvieron una actitud positiva hacia los efectos usados en el video educativo, la duración de este y el ni-

vel de explicación de teoría. Cerca de la mitad de los encuestados a quienes se les ofreció una oportunidad de práctica adicional aprovecharon esto y la oportunidad fue vista como bastante útil.

Además, hubo diferencias menores y estadísticamente poco significativas entre los campos vocacionales respecto al uso de las oportunidades ofrecidas y las opiniones relacionadas con ellas. Esta investigación ayudará en desarrollar la enseñanza en línea de matemáticas a nivel de secundaria vocacional y, también, ofrecerá pautas para el desarrollo de la educación en línea de forma más generalizada.

3.6 Reflexiones críticas y direcciones futuras

3.6.1 Síntesis: hacia una pedagogía tecnológicamente aumentada

El examen de estas tendencias no solo da cuenta de una incorporación progresiva de tecnologías digitales, sino que permite reconocer el surgimiento de lo que podríamos llamar una “pedagogía tecnológicamente aumentada”: un enfoque educativo donde la tecnología y la práctica docente evolucionan juntas para generar oportunidades que, por separado, no podrían alcanzar.

Esta coevolución es particularmente evidente en el desarrollo de plataformas LMS que integran simulación computacional (Zabasta et al., 2024), sistemas de IA que aprenden de patrones pedagógicos (Yang y Wang, 2024) elementos de gamificación que aprovechan ciencia motivacional (Ferro et al., 2021) y entornos RA/RV que materializan conceptos abstractos (Xie y Zhang, 2024). Ninguna de estas innovaciones es meramente técnica ni emerge de manera espontánea; en cambio, todas requieren comprensión sofisticada de cómo ocurre el aprendizaje matemático y cómo puede facilitarse con efectividad.

No obstante, el panorama también muestra tensiones no resueltas entre lo que las tecnologías prometen y lo que realmente se logra implementar. Estudios como el de Noh et al. (2024), que examina la brecha entre el potencial de las herramientas digitales y su uso concreto; los aportes de Christopoulos y Sprangers (2021) sobre los riesgos de una gamificación mal aplicada y las reflexiones de Ngoveni (2025) acerca de las barreras estructurales que dificultan la incorporación de la inteligencia artificial coinciden en advertir que la innovación técnica por sí sola no garantiza el éxito educativo.

3.6.2 Implicaciones para la educación en ecuaciones diferenciales

Para la educación específica en ecuaciones diferenciales, estas tendencias sugieren oportunidades transformadoras, pero también responsabilidades pedagógicas significativas. La capacidad de visualizar dinámicamente sistemas de ecuaciones diferenciales, manipular parámetros en tiempo real y explorar espacios de soluciones de forma interactiva pueden transformar uno de los dominios más abstractos de las matemáticas en experiencias de aprendizaje tangibles y atractivas.

Al respecto, la investigación de Çakıroğlu et al. (2024) sobre Educación Matemática Realista Virtual (VRME) proporciona un modelo para esta transformación. Su demostración de que las herramientas virtuales pueden usarse para mejorar la alfabetización matemática expandiendo RME sugiere que las tecnologías inmersivas pueden extender pedagogías probadas en lugar de reemplazarlas.

Aplicado a las ecuaciones diferenciales, esto implica la posibilidad de utilizar tecnologías como la realidad virtual y aumentada para acercar a los estudiantes a contextos realistas. Así, pueden explorar fenómenos como el crecimiento poblacional en ecosistemas simulados, analizar la propagación de enfermedades mediante modelos sociales interactivos o intervenir en sistemas mecánicos dentro de laboratorios digitales. Estas experiencias pueden proporcionar fundamentos conceptuales enriquecidos antes de la formalización matemática.

De igual manera, el uso de inteligencia artificial en entornos educativos abre nuevas puertas para adaptar los procesos de enseñanza a las características de cada estudiante. Las propuestas de Toktarova (2022) en torno al aprendizaje adaptativo y los sistemas inteligentes descritos por Steinert et al. (2025) indican que es posible diseñar plataformas que no solo expongan contenidos sobre ecuaciones diferenciales, sino que ajusten su presentación, orden y nivel de apoyo de acuerdo con las necesidades particulares de cada persona.

3.6.3 Desafíos críticos y consideraciones éticas

No obstante, llevar estas tecnologías al aula también acarrea retos profundos que exigen ser analizados con sentido crítico y perspectiva ética. La investigación de Maisano et al. (2024) sobre educación STEM remota pospandémica revela discrepancias notables entre percepciones de estudiantes y facultad sobre factores como retroalimentación de evaluativa e importancia de interacciones directas. Las diferencias identificadas en los procesos de implementación tecnológica advierten sobre la posibilidad de generar nuevas barreras comunicativas. Para evitarlas, es necesario intervenir de manera planificada y consciente.

Los estudios de Atuahene y XuSheng (2024) evidencian cómo las brechas digitales, si no se enfrentan desde una lógica proactiva, pueden profundizar las desigualdades educativas ya existentes. En el caso de las ecuaciones diferenciales —una asignatura que históricamente ha sido excluyente—, esto implica asumir compromisos éticos específicos. La idea de democratizar el acceso a la tecnología no puede quedarse en el discurso; debe, más bien, traducirse en estrategias de diseño accesible, en una implementación gradual que tenga sentido incluso en contextos con recursos limitados y en procesos de fortalecimiento de capacidades locales que garanticen apropiación y sostenibilidad.

3.6.4 Una visión propositiva: hacia la integración reflexiva

Basándonos en esta evidencia, proponemos un marco de integración reflexiva para adopción de tecnologías educativas en ecuaciones diferenciales que equilibra ambición innovadora con implementación práctica responsable (ver figura 13):

Principio 1: coherencia pedagógica. La tecnología debe estar al servicio de enfoques pedagógicos sólidos como el constructivismo, el aprendizaje basado en tareas o la colaboración. Su valor no radica en la novedad técnica, sino en su capacidad para enriquecer el aprendizaje. Tal como advierten Christopoulos y Sprangers (2021), cuando se integra tecnología por moda o presión externa y no por razones pedagógicas claras los resultados pueden ser negativos.

Principio 2: progresión adaptativa. La incorporación tecnológica debe hacerse por fases con el fin de facilitar la formación del profesorado, evaluar lo que funciona y ajustar según las características del entorno. La investigación de Meylani et al. (2025) refuerza esta idea: sin inversión continua en el desarrollo profesional y humano, incluso la mejor tecnología corre el riesgo de fracasar.

Principio 3: inclusividad intencional. Las tecnologías tienen el potencial de beneficiar a estudiantes con perfiles y necesidades muy diversas, pero esto solo ocurre si se planifican desde el inicio con ese objetivo. Lo planteado por Anwar (2025), Silva et al. (2025) y Vitale y Dello Iacono (2024)2024 deja claro que la inclusión no debe ser un añadido posterior, sino un criterio fundacional del diseño.

Principio 4: evaluación holística. El éxito de una innovación tecnológica no puede medirse únicamente por las notas obtenidas. También debe valorarse si fomenta habilidades transferibles, mantiene la motivación con el tiempo y prepara al estudiante para seguir aprendiendo. Esto requiere repensar los indicadores tradicionales y adoptar métricas más complejas que capturen comportamientos y procesos de aprendizaje más profundos.

Figura 13. Marco de integración reflexiva para la incorporación de tecnologías educativas en la educación virtual fundamentado en principios de coherencia pedagógica, progresión adaptativa, inclusividad intencional y evaluación holística



Fuente: elaboración propia.

En este sentido, los avances revisados indican que las tecnologías con mayor potencial para la enseñanza de ecuaciones diferenciales no son necesariamente las más sofisticadas en términos técnicos, sino aquellas que fortalecen habilidades humanas esenciales como la curiosidad, la creatividad, el trabajo colaborativo y la capacidad de establecer conexiones significativas. Estas herramientas no buscan reemplazar el pensamiento, sino enriquecerlo.

Por esta razón, adoptar una mirada humanista frente a la tecnología educativa resulta especialmente pertinente en el campo de las ecuaciones diferenciales. Aquí, el objetivo no se limita a encontrar soluciones numéricas, sino a cultivar modos de pensamiento que permitan interpretar, representar y transformar fenómenos complejos del entorno. Las herramientas tecnológicas más valiosas son, por tanto, aquellas que respetan la estructura formal de las matemáticas y, al mismo tiempo, reconocen la diversidad y el valor humano del estudiantado.

El porvenir de la enseñanza virtual de ecuaciones diferenciales no dependerá de adoptar sin filtro cada nueva tecnología que surja; más bien, el verdadero avance radicará en saber combinar con criterio la innovación técnica con principios pedagógicos sólidos, las aspiraciones de cambio con estrategias viables y las perspectivas globales con las realidades locales. Será esa integración reflexiva la que nos permitirá materializar el potencial realmente transformador y equitativo de la tecnología en la educación matemática contemporánea.

DISEÑO DE ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS INTERACTIVAS

Las actividades y estrategias interactivas constituyen el punto de encuentro entre los principios pedagógicos discutidos en el capítulo 2 y las innovaciones tecnológicas exploradas en el capítulo 3. Por lo tanto, es en este espacio donde la teoría educativa se materializa en experiencias de aprendizaje concretas que pueden transformar la comprensión de conceptos matemáticos complejos como las ecuaciones diferenciales. La experiencia acumulada en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD) durante el período 2023-2025 nos proporciona un laboratorio natural para examinar cómo evoluciona el diseño de actividades cuando se fundamenta en principios pedagógicos sólidos y se enriquece con tecnologías emergentes.

Los estudios actuales sobre diseño de actividades matemáticas en ambientes virtuales dejan claro que no basta con trasladar métodos tradicionales a lo digital. La clave está en generar experiencias que usen las fortalezas del entorno virtual para promover formas de aprendizaje que serían muy difíciles —cuando no inviables— de lograr en un aula física. Como documenta Muir et al. (2022), los instructores utilizaron estrategias interactivas para promover el compromiso estudiantil, y cómo la interacción entre aprendiz y contenido influye en el compromiso estudiantil, lo que establece que el diseño de actividades interactivas requiere consideración cuidadosa de múltiples dimensiones de la experiencia educativa.

Los cambios implementados en las actividades del curso de ecuaciones diferenciales en la UNAD en los

últimos tres años son un claro ejemplo de cómo los principios pedagógicos, cuando se aplican con respaldo teórico y tecnológico, pueden generar experiencias de aprendizaje más ricas que las ofrecidas por enfoques tradicionales. Esta evolución no ocurrió por casualidad: fue fruto de una aplicación consciente de modelos teóricos —como la teoría de los registros de representación semiótica de Raymond Duval— combinados con evidencias prácticas sobre qué tecnologías realmente funcionan.

4.1 Fundamentos teóricos: los registros de representación semiótica de Duval

Antes de examinar las implementaciones específicas, es crucial establecer los fundamentos teóricos que han guiado la evolución de las actividades en la UNAD. La teoría de registros de representación semiótica de Duval (2004) proporciona el marco conceptual más robusto para comprender por qué ciertas actividades facilitan aprendizaje matemático profundo mientras que otras permanecen superficiales, independientemente de su sofisticación tecnológica.

Según Duval (2004), comprender las matemáticas a profundidad implica algo más que manejar símbolos o fórmulas: requiere activar distintos registros de representación y, sobre todo, saber pasar de uno a otro mediante conversiones y tratamientos que permitan nuevas formas de significar. En el contexto específico de ecuaciones diferenciales, estos registros incluyen:

El registro algebraico, donde las ecuaciones se expresan simbólicamente ($dy/dx = f(x,y)$) y se manipulan usando reglas formales de álgebra y cálculo. Este registro es fundamental para el desarrollo de competencias técnicas, pero insuficiente por sí mismo para una comprensión conceptual profunda.

El registro gráfico, donde las soluciones se visualizan como curvas en el plano, campos de direcciones representan visualmente el comportamiento de familias de soluciones, y diagramas de fase revelan estructura dinámica de sistemas. Este tipo de representación resulta especialmente útil para desarrollar una comprensión intuitiva de fenómenos como la estabilidad de soluciones, el comportamiento asintótico de los sistemas y las bifurcaciones que pueden surgir en su evolución.

El registro tabular: la organización sistemática de datos numéricos facilita la detección de patrones, la validación de soluciones analíticas y la exploración

de comportamientos complejos que, en muchos casos, no son evidentes a través de métodos simbólicos tradicionales.

El registro de lenguaje natural permite traducir ideas matemáticas a expresiones vinculadas con situaciones del mundo real, lo cual facilita establecer puentes entre la abstracción simbólica y la experiencia concreta del estudiante.

Lo más valioso de la teoría de Duval es que muestra cómo la verdadera comprensión matemática no proviene del dominio aislado de un registro, sino de la habilidad para moverse de un registro de representación a otro. En el caso de las ecuaciones diferenciales, esto implica que el estudiante debe ser capaz de ir del lenguaje simbólico a lo gráfico, de ahí a la interpretación física y, luego, al análisis numérico para generar una comprensión multidimensional del problema.

Desde esta mirada teórica, se comprende por qué las actividades más potentes en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales son aquellas que activan varios registros a lo largo de una secuencia de aprendizaje bien estructurada. También se entiende por qué el uso de tecnología, cuando no está orientado a facilitar estos cruces entre registros, suele tener un impacto limitado en el aprendizaje real del estudiante.

4.2 Simulaciones y laboratorios virtuales

4.2.1 Software especializado y notebooks

La integración de **software** especializado en el diseño de actividades para ecuaciones diferenciales ha evolucionado significativamente durante los últimos años, pasando de herramientas computacionales auxiliares hacia entornos de aprendizaje integrados que facilitan la construcción activa de conocimiento matemático (ver figura 14). Esta evolución se refleja con claridad en la transformación de las actividades de la UNAD entre el 2023 y el 2025, períodos en los que observamos una progresión desde ejercicios algorítmicos tradicionales hacia experiencias de aprendizaje que integran múltiples registros de representación semiótica.

Lo más valioso de la teoría de Duval es que muestra cómo la verdadera comprensión matemática no proviene del dominio aislado de un registro, sino de la habilidad para moverse de un registro de representación a otro.

Figura 14. Representación de actividades evaluativas desarrolladas en el curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD) en 2023

UNAD

Escuela de Ciencias
Básicas, Tecnología e
Ingeniería

UNAD
Universidad
Nacional
Autónoma de Colombia

Anexo 2 - Ejercicios Tarea 1

A continuación, se presentan los 6 ejercicios de la Tarea 1.

Ejercicio 1. Ecuaciones diferenciales Separables.

Dar solución a las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden con condición inicial empleando el método de variables separables.

- $y' = 1 + x + y^2 + xy^2$; $y(1) = 0$.
- $dx + x^2 dy = 0$; $y(0) = 0$.
- $x^2 \frac{dy}{dx} = 1 - x^2 + y^2 + xy^2$; $y(1) = 0$.
- $xy^2 dy + (x^2 + 1) dx = 0$; $y(1) = \sqrt{11}$.
- $\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$; $y(0) = 0$.

Ejercicio 2. Ecuaciones diferenciales homogéneas.

Solucionar las siguientes Ecuaciones diferenciales de primer orden empleando el método de Homogéneas.

Observación: Es imperativo probar que la ecuación diferencial es homogénea.

- $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$; $y(1) = 0$
- $y^2 \frac{dy}{dx} = y^2 - x^2$; $y(1) = 2$
- $y dx + x(dy - \ln y - 1) dy = 0$; $y(1) = e$
- $\frac{dy}{dx} = (x + \sqrt{xy}) dy = 0$; $y(1) = 2$
- $\frac{dy}{dx} = x + y e^{-\frac{x}{y}}$; $y(1) = 1$

Ejercicios 3 - Ecuaciones Diferenciales Exactas y Factor Integrante

Solucionar las siguientes ecuaciones diferenciales empleando el método de ecuaciones exactas

Observación: Es imperativo probar que la ecuación diferencial es exacta.

UNAD
Escuela de Ciencias
Básicas, Tecnología e
Ingeniería

- $-sen(x)sen(y) dx + cos(x)cos(y) dy = -dy$; $y(1) = 0$.
- $(e^x x + e^x + \frac{x}{e}) dx = -\ln x dy$; $y(1) = 1$.
- $\ln y dx + (e^2 y + e^x + \frac{x}{e}) dy = -2y dy$; $y(0) = 1$.
- $cos(y)cos(x) dx + 2y dy = sen(x)sen(y) dy$; $y(\frac{\pi}{2}) = 0$.
- $(2xy^2 + e^y + 2x) dx + (2x^2 y + e^y) dy = 0$; $y(1) = 2$.

Ejercicio 4. Ecuaciones diferenciales lineales y factor integrante.

Solucionar las siguientes ecuaciones diferenciales empleando el método del factor integrante

- $cos(x)y' + sen(x)y = 1$; $y(0) = \frac{\pi}{2}$
- $cos^2(x)sen(x) \frac{dy}{dx} + cos^3(x)y = 1$; $y(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $xy' + (x + 1)y = sen^2(2x)$; $y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$
- $(x + \sqrt{y}) dx + (x + 2y) dy = 2xe^{-x/2}$; $y(0) = 1$
- $\frac{dy}{dx} + dy = x^2 - x$; $y(1) = \frac{11}{12}$

Ejercicios 5 - Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales

Solucionar el problema de aplicación de las ecuaciones diferenciales asignado por la letra elegida, utilizando los métodos vistos en esta unidad y de manera obligatoria tomar como guía de trabajo las siguientes preguntas orientadoras para resolver organizadamente el problema:

Preguntas orientadoras

- ¿Cuál es el enunciado del problema que me corresponde resolver? ¿Cuál es la serie del bosquejo, diagrama o gráfica que explique la situación problema planteada?
- ¿Cuál es la ecuación diferencial que modela la situación problema? ¿Cuál es el método utilizado para encontrar la solución general $y(t)$ de la ecuación diferencial? (Detalle paso a paso de este método).
- De acuerdo con la pregunta del problema planteado, ¿cuáles son los procedimientos algebraicos necesarios para llegar a la solución particular $y_0(t_0)$?
- ¿Por qué esta solución particular encontrada en el anterior ítem es la solución de este problema?

Fuente: elaboración propia.

Comparar las actividades utilizadas en el 2023 con las versiones más recientes permite visualizar con claridad las limitaciones de los enfoques centrados únicamente en el tratamiento simbólico. Aunque correctas desde el punto de vista formal, aquellas actividades iniciales no ofrecían espacio para la exploración conceptual, la visualización ni la contextualización. Esa ausencia limitaba el desarrollo de una comprensión profunda, tal como lo plantea Duval (2004) en su modelo.

La investigación sobre el Entorno Compartido de Modelado y Simulación (SMSE) demuestra cómo la integración de Jupyter Notebooks con sistemas de gestión de aprendizaje puede crear laboratorios virtuales que facilitan esta movilización de registros. Su estudio muestra que el SMSE proporciona un entorno de *e-learning* multifuncional basado en web que combina una variedad de herramientas y tecnologías, dando a los estudiantes la posibilidad de involucrarse en todo tipo de actividades de enseñanza relacionadas con la educación STEM.

Lo anterior subraya el valor de integrar múltiples funcionalidades en un mismo entorno digital. La encuesta realizada entre estudiantes universitarios reveló que “dos grupos de estudiantes estuvieron involucrados: uno consistía en estudiantes usando SMSE tanto en el semestre de otoño como de primavera, y otro representaba a



los estudiantes que comenzaron con SMSE en el semestre de primavera (Zabasta et al., 2024), demostrando la adaptabilidad y efectividad de enfoques integrados.

En la experiencia de la UNAD, esta integración tecnológica se ha concretado especialmente a través del uso sistemático de GeoGebra, que ha pasado a ser un recurso clave para la visualización de conceptos. Las actividades han evolucionado desde ejercicios centrados en la manipulación simbólica hacia propuestas más completas que combinan lo visual, lo conceptual y lo contextual, lo que ha enriquecido el proceso de aprendizaje (ver figura 15).

Figura 15. Representación de actividades de modelación matemática y análisis cualitativo desarrolladas en el curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD) en 2024

Anexo 2 - Ejercicios Tarea 2

A continuación, se presentan los 5 ejercicios de la Tarea 2.

Ejercicios 1. Modelación por medio de Ecuaciones Diferenciales.
Considere el siguiente enunciado.

- Al observar una población inicial de 40 patos, se pudo evidenciar que la tasa de crecimiento de una población de patos es proporcional a la población patos en un tiempo t . También, que la población después de $t = 250$ horas incrementó un 10%.
- La velocidad (variación de la altura) que adquiere un cuerpo en caída libre a partir del reposo al recorrer una altura h (sin resistencia de aire) es $\sqrt{2gh}$, donde g es el valor de la gravedad. También, que la altura h después de $t = 2$ horas es de 31 metros.
- Experimentos demuestran que, si un cuerpo cae en el vacío debido a la acción de la gravedad, entonces su aceleración (variación de la velocidad) es constante. En un tiempo $t = 20$ s, pudo evidenciarse que la velocidad era igual a $v = 15 \frac{m}{s}$.
- Experimentos indican que, en un gas la razón de cambio del volumen $V(p)$ con respecto a la presión p , es igual a $-\frac{V}{p}$. También que el volumen es igual 15 cm^3 cuando la presión es 2 atm.
- En un cuarto frío con temperatura ambiente de 15°C , rige la siguiente ley para una bola de hierro: "La variación de la temperatura T de un cuerpo con respecto del tiempo es proporcional a la diferencia entre la temperatura T de la bola de hierro y la temperatura ambiente". La temperatura inicial de la bola es de 30°C . Y puede observarse que la temperatura después de 2 horas disminuye un 15%.

Para el ejercicio escogido, realice lo siguiente:

Ejercicios 2. Procedimiento cualitativo
Considere la siguiente ecuación diferencial:

- $\frac{dy}{dx} = 3x^2; y(2) = 8$
- $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}; y(1) = 2$
- $\frac{dy}{dx} = \sec^2 x; y(\pi) = 0$
- $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x^2}; y(1) = 1$
- $\frac{dy}{dx} = \ln(x); y(1) = -1$

Para la ecuación diferencial realice lo siguiente:

- Abra la página <https://www.geogebra.org/m/Classi7nagss>. Recuerde que GeoGebra es un software libre, que permite realizar análisis matemáticos y geométricos.
- En GeoGebra, grafique el Campo de Direcciones de su ecuación diferencial correspondiente. Para ello, use el comando `CamposDireccionales(x,y)`. Debe colocar el paréntesis. Recuerde que $f(x,y)$ es la función a la cual está igualada $\frac{dy}{dx}$.
- Indique cómo es el valor de la pendiente alrededor de la condición inicial (positivo, negativo, cero, o no existe).

Ejercicios 3 - Procedimiento Analítico
Considere la siguiente ecuación diferencial:

- $\frac{dy}{dx} = 3x^2; y(2) = 8$
- $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}; y(1) = 2$
- $\frac{dy}{dx} = \sec^2 x; y(\pi) = 0$

Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, la implementación de *notebooks* interactivos, particularmente a través de plataformas como GeoGebra y herramientas de programación en línea representa una evolución hacia lo que Kubsch et al. (2022) denominan *Learning Progression Analytics*, donde los estudiantes cada vez más producen datos ricos de producto y proceso que pueden analizarse para proporcionar retroalimentación individualizada y adaptar la instrucción a necesidades específicas. Su trabajo sobre desarrollo de entornos de aprendizaje para análisis automatizado de aprendizaje usando diseño centrado en evidencia establece que "las herramientas digitales como tabletas, *laptops* o sistemas de medición digital están entrando cada vez más a las aulas de ciencias y matemáticas" (Kubsch et al., 2022).

La transición hacia *notebooks* interactivos también refleja una comprensión más sofisticada de cómo las herramientas computacionales pueden amplificar capacidades cognitivas humanas en lugar de reemplazarlas. Como documentan Shirai et al. (2023) en su investigación sobre el editor MathTOUCH para *e-learning* matemático, en el *e-learning* matemático con sistemas de gestión de aprendizaje, los métodos de entrada matemática existentes tienen cargas de trabajo pesadas; por lo tanto, las notaciones matemáticas son un desafío de larga data. Su desarrollo de interfaces inteligentes de entrada matemática, que permite a los usuarios ingresar ecuaciones a través de conversión predictiva desde el texto de estilo coloquial demuestra cómo la tecnología puede reducir barreras técnicas mientras mantiene rigor matemático.

4.2.2 Diseño de prácticas de modelado

El diseño de prácticas de modelado matemático en entornos virtuales requiere una reconceptualización fundamental de cómo los estudiantes interactúan con fenómenos del mundo real cuando estos son mediados por tecnología (ver figura 16). La investigación de Wang y Walkington (2023) sobre *math walks* en espacios de aprendizaje informal aporta una mirada enriquecedora sobre cómo vincular conceptos matemáticos abstractos con experiencias significativas y auténticas, incluso cuando estas se desarrollan en contextos virtuales.

Figura 16. Representación del planteamiento y modelación de problemas de crecimiento poblacional mediante ecuaciones diferenciales en la UNAD



La variación de la población con respecto al tiempo es igual al doble de la población. La población inicial fue de 20 bacterias, y después de 5 horas fue de 45 bacterias.



Componentes del enunciado:

- **Cantidad que varía:** Población de bacterias
- **Comportamiento de la cantidad que varía:** varía según el doble de su población
- **Condiciones iniciales:** La población inicial fue de 20 bacterias, y en 5 horas fue de 45 bacterias.

Ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = 2P, \quad P(0) = 20 \quad P(5) = 45$$



2023

Fuente: elaboración propia.



Su investigación demuestra que los estudiantes plantearon problemas más complejos en actividades de planteamiento de problemas libres que en planteamiento de problemas semiestructurado y que los estudiantes también plantearon problemas más complejos en la posencuesta que en la preencuesta (Wang y Walkington, 2023). Estos hallazgos sugieren que las prácticas de modelado efectivas deben proporcionar oportunidades para la exploración abierta a la par que mantienen una estructura suficiente para facilitar el aprendizaje progresivo.

En esa vía, el diseño efectivo de prácticas de modelado debe abordar lo que Fessakis et al. (2018) identifican como los tres factores principales que influyen en la efectividad de recursos de aprendizaje digital: cómo es el diseño del contenido digital, cómo es el rol del profesor en el contenido digital y el uso del contexto educativo utilizado en el contenido digital.

En el contexto de ecuaciones diferenciales, esto se traduce en actividades que propician lo siguiente:

Contextualizan los problemas matemáticos en situaciones auténticas para facilitar a los estudiantes comprender la relevancia y aplicabilidad de los conceptos. La evolución de las actividades de la UNAD muestra una progresión hacia problemas contextualizados que requieren que los estudiantes identifiquen variables relevantes, establezcan relaciones matemáticas e interpreten resultados en términos del contexto original. Por ejemplo, en lugar de presentar ecuaciones diferenciales abstractas, las actividades del período 2024-2025 comienzan con situaciones como crecimiento bacteriano, enfriamiento de objetos o dinámicas poblacionales que requieren que los estudiantes construyan modelos matemáticos a partir de principios físicos o biológicos.

Estructuran la progresión del aprendizaje desde la exploración cualitativa hacia la formalización cuantitativa. Esto refleja los principios del “constructivismo virtual adaptado” que establecimos en el capítulo 2, donde los estudiantes construyen comprensión a través de la exploración activa antes de proceder a la manipulación simbólica. La investigación de Hwang et al. (2020) sobre el efecto de aplicaciones móviles ubicuas en logros de aprendizaje matemático demuestra que “la fracción puede aprenderse mejor en un entorno auténtico” cuando se combina exploración contextual con herramientas digitales que facilitan múltiples representaciones.

Integran múltiples herramientas tecnológicas de manera coherente. Las actividades más efectivas no utilizan tecnologías aisladamente, sino que crean ecosistemas

donde diferentes herramientas se complementan para facilitar diferentes aspectos del proceso de modelado. Por ejemplo, las actividades actuales de la UNAD pueden comenzar con exploración conceptual en GeoGebra, continuar con implementación en Google Colab y culminar con presentación de resultados usando herramientas de comunicación visual.

La implementación de estas prácticas en la UNAD se manifiesta a través de secuencias de actividades que comienzan con identificación de componentes del problema (cantidad que varía, comportamiento de la cantidad, condiciones iniciales); continúan con la formulación de la ecuación diferencial correspondiente y culminan con la interpretación de soluciones en términos del contexto original. Esta secuencia no es meramente procedimental, sino que refleja una comprensión profunda de cómo facilitar la construcción de conocimiento matemático que sea simultáneamente riguroso y aplicable.

4.3 Evaluaciones gamificadas y dinámicas

4.3.1 Uso de plataformas como Kahoot y Quizizz

La gamificación en la educación matemática virtual ha evolucionado desde la simple incorporación de elementos lúdicos hacia el diseño de experiencias de aprendizaje que aprovechan principios motivacionales profundos para facilitar comprensión conceptual genuina. La investigación de Christopoulos y Sprangers (2021) proporciona una perspectiva equilibrada sobre esta evolución, sugiriendo que los tecnólogos educativos deben prestar atención especial al grado de gamificación, especialmente más allá del nivel de escuela primaria, ya que puede impactar negativamente los incentivos para la interacción y el compromiso estudiantil.

Esta observación resulta especialmente pertinente en la enseñanza de ecuaciones diferenciales, donde los estudiantes se encuentran en niveles formativos avanzados y requieren experiencias que articulen motivación con rigor académico. La evolución de las actividades en la UNAD durante el período 2024-2025 demuestra cómo es posible lograr ese equilibrio mediante herramientas como Genially, que ofrecen interactividad inmediata sin sacrificar la profundidad conceptual (ver figura 17).

Figura 17. Representación de actividades interactivas desarrolladas en webconferencias del curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)



Fuente: elaboración propia.

El uso efectivo de herramientas gamificadas en ecuaciones diferenciales requiere una consideración cuidadosa de varios factores que trascienden la simple incorporación de elementos de juego. Esto debe prepararse con intención formativa dado que la efectividad de enfoques gamificados depende críticamente de su alineación con objetivos de aprendizaje específicos y su capacidad para proporcionar retroalimentación adaptativa.

Para ello, es fundamental la alineación con objetivos de aprendizaje específicos pues, a diferencia de la gamificación superficial—que simplemente añade puntos e insignias a actividades tradicionales—, la gamificación efectiva integra mecánicas de juego que refuerzan de forma directa los objetivos conceptuales. En el caso de campos de direcciones, esto significa crear experiencias interactivas donde los estudiantes deben interpretar visualmente el comportamiento de soluciones para avanzar en la actividad. Las herramientas implementadas en la UNAD requieren que los estudiantes no solo identifiquen pendientes positivas o negativas, sino que expliquen qué implican estos comportamientos para el sistema dinámico subyacente.

También requiere de **retroalimentación inmediata y adaptativa**, dado que la capacidad de las herramientas digitales para proporcionar retroalimentación inmediata que guía el aprendizaje en tiempo real es crucial para su efectividad. Sin embargo, como documenta la investigación de Christopoulos et al. (2024) sobre inmersión en juegos virtuales 3D asociada con mejora de habilidades matemáticas, “los estudiantes mostraron una mejora en sus habilidades matemáticas con resultados significativos para funciones, geometría, y habilidades y métodos de pensamiento”, pero la inmersión se encontró que se refleja por compromiso y presencia, pero ninguno de estos aspectos se asoció con logro matemático después de la intervención.

Finalmente, una **progresión de dificultad adaptativa**, puesto que las mejores implementaciones de gamificación en matemáticas incorporan sistemas que adaptan la dificultad basándose en el rendimiento estudiantil, proporcionando desafíos apropiados que mantienen a los estudiantes en lo que Vygotsky denominó la zona de desarrollo próximo.

4.3.2 Diseño de retos interactivos

El diseño de retos interactivos para ecuaciones diferenciales requiere una comprensión sofisticada de cómo los elementos competitivos y colaborativos pueden facilitar un aprendizaje matemático profundo (ver figura 18). La investigación de Ramlee et al. (2019) sobre cultivo de HOTS matemático a través de entornos de aprendizaje en línea y el modelo de investigación 5E demuestra que las actividades de aprendizaje que materializan la mejora de HOTS incluyen módulos de aprendizaje atractivos y videos relacionados con HOTS.

Los retos interactivos efectivos en ecuaciones diferenciales deben abordar múltiples niveles de comprensión simultáneamente.

Nivel procedimental. Los estudiantes deben dominar técnicas específicas para resolver diferentes tipos de ecuaciones diferenciales. Sin embargo, en lugar de práctica repetitiva, los retos interactivos presentan estos procedimientos en contextos que requieren toma de decisiones y justificación de estrategias. Por ejemplo, en lugar de solo aplicar el método de separación de variables, los estudiantes deben primero determinar si la ecuación es separable y explicar por qué este método es apropiado.

Nivel conceptual. Los retos deben facilitar la comprensión profunda de conceptos como estabilidad, comportamiento asintótico, y relaciones entre parámetros y soluciones. Esto se logra a través de actividades que requieren interpretación cualitativa antes de cálculo cuantitativo. Las actividades gamificadas de la UNAD incluyen preguntas como “¿qué ocurre con la solución cuando $t \rightarrow \infty$?”, que requieren comprensión conceptual del comportamiento dinámico.

Nivel aplicativo. Los estudiantes deben poder transferir la comprensión matemática a contextos nuevos y diversos. Los retos interactivos logran esto presentando problemas auténticos que requieren modelado, análisis e interpretación contextualizada.

Figura 18. Representación de recursos didácticos para la interpretación cualitativa de tasas de cambio con ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)




Cantidad que varía	Variación positiva	Variación negativa	Sin variación
Temperatura	El cuerpo se calienta	El cuerpo se enfría	El cuerpo permanece a temperatura constante
Velocidad	El cuerpo aumenta su velocidad	El cuerpo disminuye su velocidad	El cuerpo permanece a velocidad constante
Volumen de un globo	El globo se infla	El globo se desinfla	El volumen del globo permanece constante
Población	La población crece	La población decrece	La población no crece ni decrece



Fuente: elaboración propia.

En el contexto de la UNAD, el diseño de retos interactivos se manifiesta a través de actividades que requieren que los estudiantes no solo resuelvan ecuaciones, sino que interpreten el significado de sus soluciones en contextos específicos. Por ejemplo, en lugar de simplemente calcular la solución de una ecuación diferencial que modela crecimiento poblacional, los estudiantes deben interpretar qué significa matemáticamente que una población “crezca exponencialmente” versus “aproximarse a una capacidad de carga”.

4.4 Aprendizaje basado en tareas y modelado

4.4.1 Ejemplos de tareas integradoras

El aprendizaje basado en tareas (ABT) en ecuaciones diferenciales virtuales representa una síntesis compleja entre rigor matemático, aplicabilidad contextual y pedagogía digital efectiva. A diferencia del aprendizaje basado en proyectos, el ABT se centra en tareas específicas y estructuradas que facilitan el desarrollo progresivo de competencias matemáticas a través de actividades focalizadas y bien definidas (ver figura 19).

Figura 19. Representación de preguntas orientadoras para el desarrollo de procesos de modelación y análisis con ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)

Preguntas orientadoras	
Preguntas Orientadoras	Razón o explicación
1. ¿Cuál es el enunciado del problema que me corresponde resolver?	
2. ¿Cuál sería el bosquejo, diagrama o gráfica que explica la situación problema planteada?	
3. ¿Cuál es la ecuación diferencial que modela la situación problema?	
4. Resuelva la Ecuación Diferencial analíticamente y usando GeoGebra. (pegue pantallazo)	
5. Grafique con GeoGebra el campo de direcciones, interprete el campo de direcciones asociado a la ecuación diferencial y diga con sus palabras qué ocurre alrededor de la condición inicial. (Debe adjuntar el pantallazo)	
6. Resuelva a la pregunta problema teniendo en cuenta los ítems 4 y 5.	

Fuente: elaboración propia.

Las tareas integradoras efectivas en ecuaciones diferenciales deben abordar lo que Fiangga et al. (2021) identifican como los factores críticos para recursos de aprendizaje digital efectivos durante la pandemia de COVID-19. Su investigación sobre desarrollo de recursos de aprendizaje digital para educación matemática realista demuestra que la caracterización de RME apoya los requisitos para recursos de aprendizaje digital efectivos de una manera que permite al estudiante fomentar sus actividades de aprendizaje constructivo.



Estructuran competencias matemáticas específicas de manera coherente y progresiva. En lugar de abordar técnicas de solución como elementos aislados, las tareas integradoras presentan situaciones que requieren la aplicación secuencial de habilidades específicas: identificación de variables, formulación de modelos, análisis cualitativo, solución técnica e interpretación contextualizada, todo en el marco estructurado de una tarea bien definida.

Conectan conceptos matemáticos con aplicaciones auténticas a través de tareas específicas que demuestran la relevancia y poder de las ecuaciones diferenciales para abordar problemas reales. La evolución de las actividades de la UNAD muestra esta progresión hacia tareas contextualizadas que requieren que los estudiantes completen secuencias específicas de actividades matemáticas en marcos temporales y objetivos claramente definidos.

4.4.2 Implementación de ABT en cursos virtuales

La implementación exitosa de ABT en cursos virtuales de ecuaciones diferenciales requiere consideración cuidadosa de cómo las tareas se estructuran, secuencian y evalúan en entornos digitales. La investigación de Jung y Brady (2020) sobre mantenimiento de interacciones dialógicas ricas en la transición al aprendizaje sincrónico en línea ofrece orientaciones relevantes para el diseño de tareas que favorezcan aprendizajes significativos en contextos virtuales.

En nuestro caso, la experiencia de la UNAD durante 2023-2025 nos muestra varios principios clave para implementación efectiva de ABT:

Estructuración clara de tareas, que reconoce que el ABT en entornos virtuales requiere definición precisa de objetivos, procesos y productos esperados. Esto se manifiesta a través de rúbricas detalladas que especifican con exactitud qué debe lograr cada tarea, qué recursos están disponibles y cómo se evaluará el desempeño.

Secuenciación progresiva, que construye competencias matemáticas a través de tareas que aumentan gradualmente en complejidad y sofisticación. La evolución de las actividades muestra cómo las tareas iniciales se enfocan en habilidades fundamentales que luego se integran en tareas más complejas que requieren síntesis de múltiples competencias.

Evaluación basada en desempeño de tareas, que va más allá de productos finales para incluir procesos de resolución, uso apropiado de herramientas y calidad de interpretación conceptual en el contexto específico de cada tarea.

4.5 Visualización y comprensión conceptual

4.5.1 Herramientas visuales como Desmos y GeoGebra

La visualización matemática en entornos virtuales ha evolucionado desde representaciones estáticas hacia ecosistemas interactivos que facilitan exploración dinámica de conceptos complejos. En el contexto específico de ecuaciones diferenciales, esta evolución es particularmente significativa en tanto permite a los estudiantes desarrollar intuición sobre comportamientos de sistemas dinámicos que serían imposibles de comprender a través de manipulación simbólica únicamente (ver figura 20).

En el contexto de la UNAD, la implementación de herramientas como GeoGebra se ha caracterizado por una progresión desde el uso auxiliar hacia la integración sistémica. La evolución de las actividades muestra cómo GeoGebra se ha convertido en una herramienta central para:

Exploración conceptual inicial, donde los estudiantes pueden manipular parámetros en ecuaciones diferenciales y observar inmediatamente cómo estos cambios afectan el comportamiento de soluciones. Esta exploración precede y contextualiza el aprendizaje de técnicas analíticas, lo que proporciona una base conceptual sólida para la comprensión posterior. Por ejemplo, los estudiantes pueden modificar el parámetro k en la ecuación $dy/dx = ky$ y observar cómo diferentes valores afectan la rapidez de crecimiento o decaimiento exponencial.

Verificación y validación de soluciones analíticas a través de comparación con aproximaciones numéricas y representaciones gráficas. Esta capacidad es particularmente valiosa en ecuaciones diferenciales, donde soluciones analíticas pueden ser complejas y la verificación gráfica proporciona confirmación conceptual importante.

Investigación de casos límite y comportamientos especiales que serían difíciles de explorar analíticamente, pero que son cruciales para una comprensión profunda de sistemas dinámicos. Por ejemplo, los estudiantes pueden investigar qué sucede con las soluciones cuando los parámetros se aproximan a valores críticos, lo que les ayuda a desarrollar intuición sobre bifurcaciones y cambios cualitativos en comportamiento.

Figura 20. Guía de actividades para la resolución de problemas de aplicación mediante ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)



Para la ecuación diferencial realice lo siguiente:

- A) Resuelva la ecuación diferencial usando la técnica de separación de variables.
- B) Abra la página <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>. Recuerde que GeoGebra es un software libre, que permite realizar análisis matemáticos y geométricos.
- C) En GeoGebra, resuelva la ecuación diferencial. Para ello, use el comando ResuelveEDO(f'(x,y), Punto en f). Debe colocar el pantallazo. Recuerde que Punto en f denota el punto de la condición inicial, por ejemplo, si la condición inicial es $y(1) = 0$, entonces el punto es (1,0).

Ejercicios 4. Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales

Solucionar el problema de aplicación de las ecuaciones diferenciales asignado por la letra elegida, utilizando los métodos vistos en esta unidad y de manera obligatoria tomar como guía de trabajo las siguientes **preguntas orientadoras** para resolver organizadamente el problema:

Preguntas orientadoras

1. ¿Cuál es el enunciado del problema que me corresponde resolver?
2. ¿Cuál sería el bosquejo, diagrama o gráfica que explica la situación problema planteada?
3. ¿Cuál es la ecuación diferencial que modela la situación problema?
4. Resuelva la Ecuación Diferencial analíticamente y usando GeoGebra.
5. Interprete el campo de direcciones asociado a la ecuación diferencial y diga con sus palabras qué ocurre alrededor de la condición inicial.
6. Resuelva a la pregunta problema teniendo en cuenta los ítems 4 y 5.

Problemas planteados

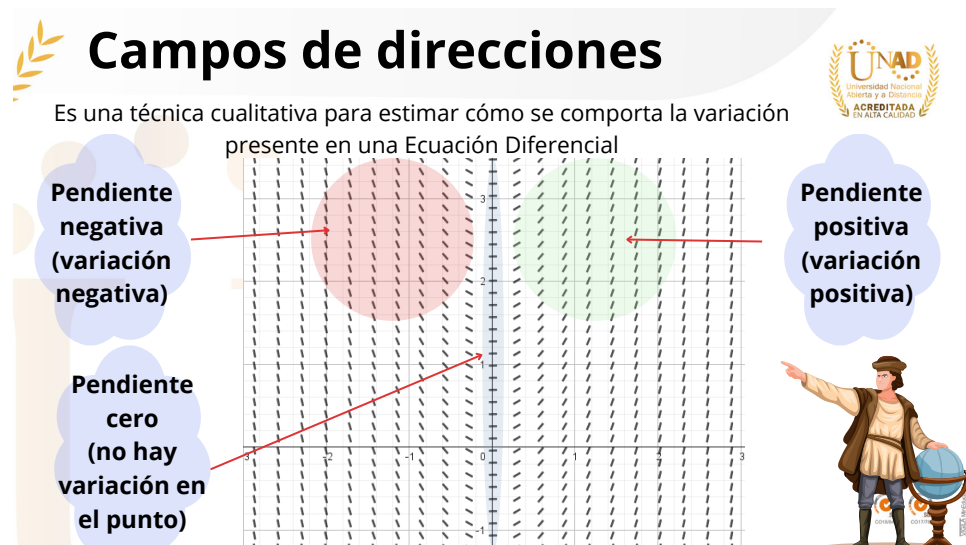


Fuente: elaboración propia.

4.5.2 Uso de gráficos 3D y campos de pendientes

La visualización tridimensional y la representación de campos de direcciones constituyen herramientas pedagógicas particularmente poderosas para la comprensión de ecuaciones diferenciales, porque permiten a los estudiantes “ver” el comportamiento de sistemas dinámicos de maneras que trascienden las limitaciones de representaciones algebraicas abstractas (ver figura 21).

Figura 21. Representación de actividades desarrolladas en webconferencias para la interpretación de campos de direcciones en ecuaciones diferenciales en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)



Fuente: elaboración propia.

El uso efectivo de campos de direcciones en la enseñanza de ecuaciones diferenciales requiere una progresión pedagógica cuidadosa que guíe a los estudiantes desde la observación pasiva hacia la interpretación activa y la construcción de significado. En la implementación de la UNAD, esta progresión se estructura de la siguiente manera:

Introducción visual, donde los estudiantes observan campos de direcciones pre-construidos y aprenden a interpretar la información visual. Esto incluye el reconocimiento de regiones donde las soluciones crecen (pendientes positivas), decrecen (pendientes negativas) o se mantienen constantes (pendientes cero). Las actividades gamificadas facilitan esta introducción al requerir que los estudiantes identifiquen visualmente diferentes tipos de comportamiento y reciban retroalimentación inmediata sobre la precisión de sus interpretaciones.

Interpretación cualitativa, donde los estudiantes desarrollan la capacidad de predecir el comportamiento de soluciones basándose únicamente en información visual del campo de direcciones. Esta habilidad es crucial por cuanto desarrolla intuición sobre estabilidad, comportamiento asintótico y características dinámicas

de sistemas. Las actividades incluyen preguntas como “si una solución comienza en este punto, ¿hacia dónde se dirigirá cuando t aumenta?”, que requieren comprensión conceptual profunda.

Construcción activa, donde los estudiantes aprenden a construir campos de direcciones basándose en ecuaciones diferenciales dadas, desarrollando comprensión profunda de la relación entre formulación algebraica y comportamiento dinámico.

Análisis comparativo, donde los estudiantes investigan cómo los cambios en los parámetros afectan la estructura de campos de direcciones y, por lo tanto, el comportamiento de soluciones.

La investigación de Badioze Zaman et al. (2009) sobre laboratorios virtuales de visualización para contenido de ciencia y matemáticas demuestra que el desarrollo del ciclo de vida involucra los medios educativos por usar, medición de contenido y la autoría y programación involucrada cuando se diseñan experiencias de visualización efectivas. Su trabajo enfatiza la importancia de integrar visualización con “aprendizaje basado en hacer”, aprendizaje contextual, simulaciones experimentales 3D y animaciones en tiempo real.

4.6 Evolución hacia herramientas computacionales avanzadas: el caso de Google Colab

La transformación más significativa en las actividades de ecuaciones diferenciales de la UNAD para 2025 se evidencia en la adopción sistemática de Google Colab como herramienta central para el análisis matemático (ver figura 22). Esta evolución representa un cambio paradigmático que trasciende la simple incorporación de tecnología para constituir una reconceptualización fundamental de qué competencias matemáticas son prioritarias en la formación contemporánea.

La investigación de Badioze Zaman et al. (2009) sobre laboratorios virtuales de visualización para contenido de ciencia y matemáticas demuestra que el desarrollo del ciclo de vida involucra los medios educativos por usar, medición de contenido y la autoría y programación involucrada cuando se diseñan experiencias de visualización efectivas.

Figura 22. Guía institucional para el modelado y resolución de ecuaciones diferenciales de orden superior en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)

Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería

UNAD

Universidad Nacional Abierta y a Distancia

a) Aplicación de modelo de enfriamiento de Newton: Una taza de chocolate caliente se encuentra inicialmente a 60°C. Después de 20 segundos ($t = 20$) la taza de chocolate está a 43°C. Si la temperatura ambiente es igual a $T = 20^\circ\text{C}$, encuentre el valor de la temperatura del chocolate después de 1 minuto.

b) Aplicación de modelo de enfriamiento de Newton: Considere un termómetro que inicialmente se encuentra a una temperatura de 10°C. Después de 60 segundos, el termómetro se encuentra a 15°C. Calcule el tiempo en que el termómetro estará en 18°C, si la temperatura ambiente es de 23°C.

c) Aplicación al crecimiento poblacional: La población de un pueblo crece con una razón proporcional a la población en el tiempo t . La población inicial es de 500 habitantes y aumenta el doble en 10 años. ¿Cuál será la población pasados 30 años?

d) Aplicación al crecimiento poblacional: La población de bacterias en un cultivo crece a una razón proporcional a la cantidad de bacterias presentes en el tiempo t . Después de tres horas se observa que hay 400 bacterias presentes. Después de 10 horas hay 2.000 bacterias presentes. ¿Cuál era la cantidad inicial de bacterias?

e) Ley de Malthus de crecimiento poblacional: Una población de conejos se reproduce proporcional a su población en un tiempo t . Si al inicio tenemos 20 conejos, y después de 1 año tenemos 200 conejos, cuánto tiempo tendrá que pasar para tener 20 veces la cantidad inicial de conejos.

Ejercicio 5. Sustentación del ejercicio 4.

Realizar un video sustentando el ejercicio 4 y tomar como guía las siguientes orientaciones con los tiempos sugeridos. Tenga en cuenta que estas pautas corresponden a las respuestas que usted dio a las preguntas orientadoras del ejercicio 4 y es obligatorio que utilice para esta sustentación la plantilla del ejercicio 4 que se encuentra en el Anexo 1 - Presentación Tarea 1 (el mismo utilizado para entregar todo trabajo), por favor no utilizar diapositivas u otro tipo de documentos diferentes.

Pautas para el contenido del video de sustentación.

Primero: mostrar su rostro antes de iniciar la sustentación junto con su cédula o documento que lo identifique, decir su nombre completo, código y grupo. **Solo debe mostrar el nombre, oculte el número de su documento** (Máximo 20 segundos).

Segundo: exponer la pregunta orientadora 1 mostrando el problema que le correspondió resolver. (Máximo 20 segundos).

Tercero: exponer la pregunta orientadora 2 explicando brevemente mediante el bosquejo, diagrama o gráfica la situación problema planteada. (Máximo 60 segundos).

Cuarto: exponer la pregunta orientadora 3 mostrando la ecuación diferencial que modela la situación problema. (Máximo 20 segundos).

Quinta: Muestre el uso del comando ResuelveEDO en GeoGebra para resolver la ecuación diferencial. (Máximo 60 segundos).

Sexto: Muestre el uso del comando CampoDirecciones en GeoGebra para interpretar el comportamiento de la ecuación diferencial. (Máximo 60 segundos).

Séptimo: exponer la pregunta orientadora 6 argumentando con sus propias palabras por qué la solución encontrada es la respuesta correcta a la pregunta planteada en el ejercicio 5. (Máximo 60 segundos).

Observe que siguiendo estas pautas tardará máximo 300 segundos o 5 minutos en su sustentación.

Pautas tecnológicas de la sustentación.

- Grabación del video por medio de un aplicativo que permita utilizar cámara, voz y pantalla; **se sugiere Loom o YouTube**. Debe generar un **enlace** para incorporar en el trabajo.
- Sustenta de manera individual** el ejercicio asignado y que hace parte del trabajo final; se debe grabar el video enfocando el rostro y a su vez compartiendo pantalla donde se observe la solución del problema, con un tiempo máximo de **5 minutos**.

Fuente: elaboración propia.

El desplazamiento desde métodos analíticos tradicionales —como coeficientes indeterminados o ecuaciones de Cauchy-Euler— hacia la implementación directa en Google Colab refleja una comprensión madura de que la manipulación algebraica, aunque importante, no es suficiente para el desarrollo de competencias matemáticas transferibles al contexto profesional contemporáneo. Como documenta la guía institucional *Solución de ecuaciones diferenciales mediante Google Colab* (Moran Pizarro, 2025) (ver figura 23), este enfoque se centra en la implementación computacional tanto de métodos analíticos como numéricos, incluyendo ejemplos concretos y aplicables para proporcionar herramientas accesibles y prácticas para la visualización y validación de soluciones.

Figura 23. Portada de la guía *Solución de ecuaciones diferenciales mediante Google Colab* desarrollada para estudiantes del curso de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)



Solución de Ecuaciones Diferenciales mediante Google Colab

Daniel Steven Moran Pizarro
Universidad Nacional Abierta y a Distancia

2025

Resumen

Este documento presenta una guía práctica sobre el uso de Google Colab para la resolución de ecuaciones diferenciales, con énfasis en la aplicación de la transformada de Laplace. Se abordan los tres tipos principales de ecuaciones estudiadas en el curso: de primer orden, de orden superior y mediante transformada de Laplace. El enfoque se centra en la implementación computacional tanto de métodos analíticos (con SymPy) como numéricos (con SciPy), incluyendo ejemplos concretos y aplicables. Esta guía está diseñada para estudiantes del curso de Ecuaciones Diferenciales de la UNAD, brindando herramientas accesibles y prácticas para la visualización y validación de soluciones en un entorno de programación basado en la nube.

Índice

1. Introducción	3
2. Google Colab: Configuración Inicial	3
3. Resolución de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden	4
3.1. Método Analítico con SymPy	4
3.2. Método Numérico con SciPy	5
4. Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior	6
4.1. Ecuaciones Homogéneas	7
4.2. Ecuaciones No Homogéneas	8
5. Transformada de Laplace	9
5.1. Definición y Propiedades	9
5.2. Cálculo de Transformadas de Laplace	9
5.3. Transformada Inversa de Laplace	10
5.4. Resolución de Ecuaciones Diferenciales mediante Transformada de Laplace	12
6. Consejos Prácticos	14
6.1. Errores Comunes y Soluciones	14
6.2. Verificación de Soluciones	15



Esta evolución encuentra fundamento teórico sólido en la teoría de registros de representación semiótica de Duval (2004), particularmente en su énfasis sobre la importancia de la conversión entre registros diferentes. El uso de Google Colab facilita precisamente esta conversión al permitir que los estudiantes trabajen simultáneamente con:

- **Registro algebraico:** formulación simbólica de ecuaciones diferenciales.
- **Registro gráfico:** visualización de soluciones, campos de direcciones y comportamientos dinámicos.
- **Registro numérico:** implementación de métodos computacionales y análisis de datos.
- **Registro de lenguaje natural:** interpretación física y contextualizada de resultados.

La estructura de las actividades del 2025 demuestra esta integración a través de preguntas orientadoras que requieren movilización de múltiples registros de representación:

1. ¿Cuál es el enunciado del problema que me corresponde?– (Requiere interpretación contextual).
2. ¿Cuál es la ecuación diferencial que modela el fenómeno?– (Demanda traducción al registro algebraico).
3. ¿Cuál es la solución general de la ecuación?– (Implica manipulación simbólica o numérica).
4. ¿Cómo se determina la solución particular?– (Exige aplicación de condiciones iniciales).
5. ¿Qué herramientas de Google Colab utilicé para verificar y visualizar la solución?– (Requiere competencia tecnológica).
6. ¿Qué interpretación física tienen los resultados obtenidos?– (Demanda conversión al registro de lenguaje natural).

Esta secuencia de preguntas no es accidental, sino que refleja una comprensión pedagógica sofisticada acerca de cómo facilitar la construcción de conocimiento matemático que sea a la vez riguroso y aplicable. Al respecto, la investigación de Wintarti y Fardah (2019) sobre diseño instruccional de aprendizaje mixto en cálculo diferencial usando el modelo de aproximación sucesiva afirma algo interesante respecto a la evaluación, se conduce para hacer que el curso se mueva hacia Alpha (una versión completa del diseño instruccional de aprendizaje mixto) luego evolu-

cione hacia Beta (una versión mejor después de que Alpha sea revisado) y luego se alcance el Gold como versión final.

La evolución de las actividades de la UNAD durante 2023-2025 ejemplifica precisamente este proceso iterativo de refinamiento pedagógico.

4.6.1 Institucionalización del cambio metodológico

El desarrollo de la guía *Solución de ecuaciones diferenciales mediante Google Colab*, como recurso institucional formal (disponible en <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/70478>) representa un salto significativo en la institucionalización de este cambio metodológico. Esta guía no es solo un manual técnico, sino un documento que codifica una filosofía educativa específica que prioriza la interpretación conceptual sobre la manipulación algorítmica.

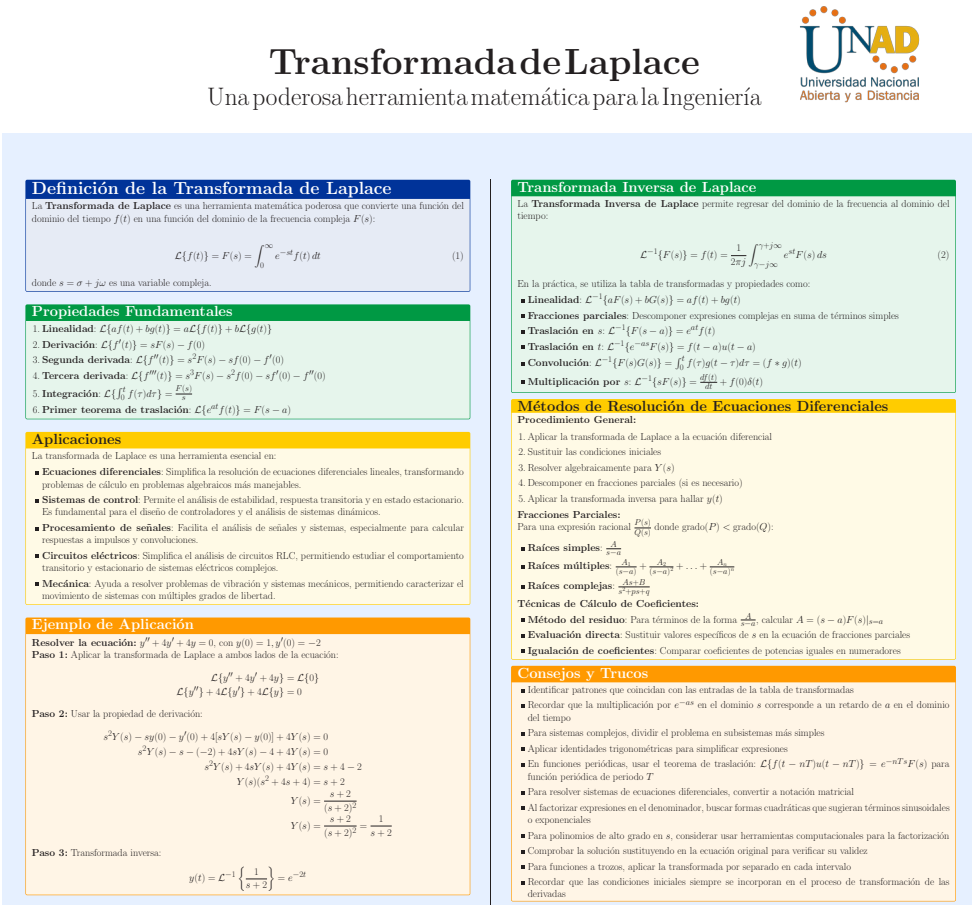
La guía de Google Colab de la UNAD aborda de forma directa esta brecha al proporcionar no solo instrucciones técnicas, sino también un acompañamiento para dirigirse a los aspectos conceptuales con el fin de interpretar resultados computacionales.

4.6.2 Diseño de recursos digitales óptimos: infografías y materiales interactivos

Un desarrollo particularmente significativo en la evolución de las actividades ha sido la incorporación de infografías diseñadas con LaTeX con apoyo de inteligencia artificial (ver figura 24), que representan una síntesis innovadora entre rigor matemático y comunicación visual efectiva.

Estas infografías, ejemplificadas con material sobre la transformada de Laplace demuestran cómo la tecnología puede facilitar la creación de recursos educativos que son a la vez rigurosos matemáticamente y atractivos visualmente. La integración de LaTeX para notación matemática precisa con diseño gráfico profesional usando herramientas de IA representa una evolución hacia lo que podríamos caracterizar como “recursos educativos de esta generación”, que aprovechan capacidades computacionales avanzadas para crear materiales que serían difíciles de producir usando métodos tradicionales.

Figura 24. Póster académico de autoría propia sobre la transformada de Laplace como herramienta para la resolución de ecuaciones diferenciales en ingeniería, elaborado en la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD)



Integración multimodal: combina texto, símbolos matemáticos, gráficos y elementos visuales para facilitar diferentes estilos de aprendizaje y preferencias cognitivas.

Accesibilidad mejorada: hace que conceptos matemáticos complejos sean más accesibles a estudiantes con diferentes niveles de preparación matemática previa.

4.7 Espacios colaborativos y foros de discusión

4.7.1 Organización de debates asincrónicos

Los espacios colaborativos virtuales para el aprendizaje de matemáticas requieren diseño intencional que facilite tipos específicos de interacción, que son cruciales para el desarrollo de la comprensión conceptual profunda. La investigación de Albano et al. (2016) sobre modelos de actividad de aprendizaje vygotskianos en línea demuestra que la actividad usa enfoques tanto experienciales como discursivos para el aprendizaje de matemáticas y explota tareas individuales y sociales, estableciendo que la colaboración efectiva debe integrar exploración individual con construcción social de conocimiento.

La organización de debates asincrónicos en ecuaciones diferenciales presenta desafíos únicos, porque los conceptos matemáticos requieren precisión en la comunicación, algo que puede ser difícil de lograr a través de solo texto.

En la implementación de la UNAD, los debates asincrónicos se estructuran alrededor de varios formatos que facilitan diferentes tipos de aprendizaje colaborativo:

Debates conceptuales donde los estudiantes discuten interpretaciones de conceptos complejos como estabilidad, unicidad de soluciones o comportamiento asintótico. Estos debates requieren que los estudiantes articulen su comprensión en lenguaje preciso y respondan a interpretaciones alternativas de sus compañeros. Por ejemplo, un debate podría centrarse en la pregunta “¿cuándo una ecuación diferencial tiene solución única?”, requiriendo que los estudiantes no solo enuncien el teorema de existencia y unicidad, sino que expliquen su significado conceptual y sus implicaciones prácticas.

Análisis de casos en los que los estudiantes colaboran en la interpretación de situaciones problemáticas complejas, compartiendo estrategias de modelado y dis-

cutiendo la validez de diferentes aproximaciones. Estos análisis facilitan el desarrollo de competencias metacognitivas al requerir que los estudiantes reflexionen sobre sus propios procesos de resolución de problemas.

Construcción colectiva de recursos donde los estudiantes colaboran en la creación de materiales de aprendizaje como glosarios conceptuales, bancos de problemas resueltos o guías de estrategias. Esta construcción colectiva facilita aprendizaje profundo al requerir síntesis y organización de conocimiento.

4.7.2 Aprendizaje entre pares y trabajo colaborativo

En matemáticas virtuales, el aprendizaje entre pares presenta oportunidades valiosas para tipos de colaboración que pueden ser más ricos y diversos que los ocurridos en entornos presenciales tradicionales.

El diseño efectivo de trabajo en grupo virtual para ecuaciones diferenciales debe abordar varios factores críticos:

Heterogeneidad productiva: los grupos se forman para maximizar oportunidades de aprendizaje mutuo. Esto puede incluir la combinación de estudiantes con fortalezas complementarias (algunos fuertes en manipulación algebraica, otros en interpretación conceptual, otros en aplicaciones) para crear dinámicas de grupo que faciliten el aprendizaje colectivo.

Responsabilidad individual y colectiva: cada miembro del grupo tiene responsabilidades específicas, pero el producto final requiere integración de contribuciones individuales.

Herramientas de colaboración asincrónica y sincrónica: permiten diferentes tipos de interacción. Esto puede incluir espacios de trabajo compartidos para desarrollo de soluciones, herramientas de comunicación para discusión en tiempo real y sistemas de documentación para capturar procesos de aprendizaje colectivo.

En el contexto de la UNAD, el trabajo en grupo se implementa a través de proyectos que requieren división de labor, pero también síntesis colectiva. Por ejemplo, los estudiantes pueden trabajar en grupos donde cada miembro investiga una aplicación diferente de ecuaciones diferenciales (biomedicina, ingeniería, economía), pero el grupo debe colaborar en la identificación de principios matemáticos comunes y

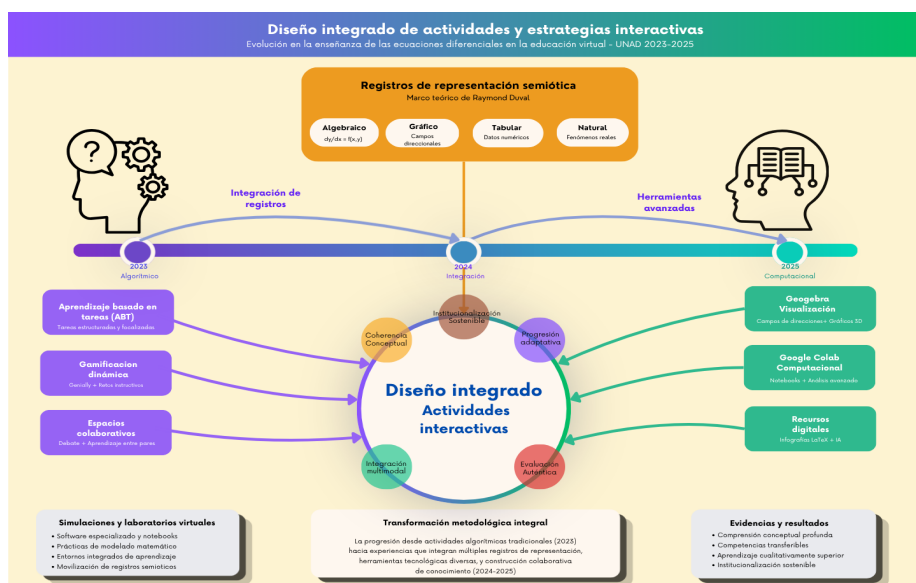


crear una presentación integrada que demuestre la versatilidad y potencia de los conceptos aprendidos.

4.8 Síntesis: hacia un diseño integrado de actividades interactivas

La experiencia de transformación de las actividades de ecuaciones diferenciales en la UNAD durante 2023-2025 proporciona evidencia empírica de que el diseño efectivo de actividades interactivas virtuales requiere integración coherente de múltiples dimensiones: pedagógica, tecnológica, social y evaluativa (ver figura 25). Esta integración no es simplemente aditiva sino sintética, creando experiencias de aprendizaje que son cualitativamente diferentes de lo que sería posible a través de cualquier componente individual.

Figura 25. Diseño integrado de actividades y estrategias interactivas para la enseñanza virtual de ecuaciones diferenciales en la UNAD articulando registros de representación semiótica, herramientas computacionales y metodologías activas de aprendizaje



Fuente: elaboración propia.

La progresión desde actividades algorítmicas tradicionales en el 2023 hacia experiencias de aprendizaje que integran múltiples registros de representación, herra-

mientas tecnológicas diversas y oportunidades para construcción colaborativa de conocimiento entre el 2024 y el 2025 refleja una comprensión madura de cómo las tecnologías digitales pueden amplificar capacidades pedagógicas en lugar de simplemente digitalizarlas.

Los principios emergentes de esta experiencia incluyen:

Coherencia conceptual: las actividades más efectivas son aquellas que mantienen un foco claro en objetivos de aprendizaje fundamentales mientras aprovechan tecnologías para facilitar una comprensión más profunda de estos objetivos.

Progresión adaptativa: el diseño debe reconocer que diferentes estudiantes requieren diferentes tipos de apoyo y proporcionar múltiples trayectorias hacia la competencia matemática.

Integración multimodal: las actividades más poderosas combinan exploración visual, manipulación simbólica, interpretación contextual y comunicación social de maneras que se refuerzan mutuamente.

Evaluación auténtica: la efectividad se debe medir no solo en términos de dominio de técnicas específicas, sino también en términos de desarrollo de capacidades para modelado, interpretación y aplicación flexible de conocimiento matemático.

Institucionalización sostenible: la transformación efectiva requiere no solo desarrollo de actividades innovadoras, sino también creación de recursos institucionales, procesos de capacitación docente, además de sistemas de apoyo que aseguren implementación consistente y mejoramiento continuo. El desarrollo de la guía de Google Colab como recurso institucional formal ejemplifica este tipo de institucionalización necesaria.

Asimismo, esta evolución confirma que el futuro del diseño de actividades matemáticas virtuales residirá en la integración reflexiva de innovación tecnológica con articulación pedagógica para la creación de experiencias que honran tanto la elegancia intelectual de las matemáticas como la diversidad y dignidad de nuestros estudiantes. La evidencia de la UNAD sugiere que cuando esta integración se logra con éxito, los resultados trascienden tanto expectativas tradicionales como limitaciones percibidas de la educación virtual, lo que da apertura a posibilidades para tipos de aprendizaje matemático que son simultáneamente más profundos y accesibles que los que habríamos imaginado posibles.

La transformación documentada en este capítulo representa más que una evolución metodológica; constituye una demostración empírica de que la educación matemática virtual, cuando se fundamenta en principios pedagógicos sólidos y se implementa con tecnologías apropiadas, puede facilitar un aprendizaje cualitativamente superior a enfoques tradicionales. Esta conclusión tiene implicaciones *a posteriori* no solo para la enseñanza de ecuaciones diferenciales, sino también para el futuro de la educación matemática en la era digital.



CAPÍTULO 5

BUENAS PRÁCTICAS DOCENTES

En muchos sentidos, este capítulo representa el corazón de toda la reflexión que hemos desarrollado a lo largo de este libro. Después de explorar los antecedentes históricos, establecer fundamentos pedagógicos sólidos, analizar las tendencias tecnológicas emergentes y examinar el diseño de actividades interactivas, llegamos finalmente al elemento más crucial de todo el ecosistema educativo: el compromiso docente y las prácticas que verdaderamente transforman experiencias de aprendizaje.

Las disertaciones anteriores son el puente para llegar aquí, a donde quería llegar desde el primer capítulo, porque reconozco que ninguna innovación tecnológica, ningún marco teórico sofisticado, ninguna actividad brillantemente diseñada puede sustituir la intencionalidad pedagógica profunda y el compromiso genuino del educador con el aprendizaje de sus estudiantes. La tecnología amplifica; las teorías guían, las actividades facilitan, pero es el docente quien, a través de sus decisiones cotidianas —pequeñas y grandes—, crea las condiciones que posibilitan o limitan el aprendizaje significativo.

El compromiso docente es fundamental por múltiples razones que trascienden la simple entrega de contenido o el dominio de herramientas tecnológicas. En primer lugar, porque vivimos en una era de transformación acelerada donde la formación continua no es opcional, sino esencial para mantener relevancia pedagógica. Como documentan Kormakova et al. (2021), “la transición a la educación digital es una tendencia inevitable en la educación moderna” que requiere que los educadores desarrollen competencias que van más allá del conocimiento disciplinar tradicional.



Figura 26. Representación del trabajo colaborativo y la mediación tecnológica en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas



Fuente: Open AI (2026).

En segundo lugar, porque la educación virtual en matemáticas, particularmente en dominios complejos como las ecuaciones diferenciales presenta desafíos únicos que requieren no solo competencia técnica, sino también sensibilidad pedagógica para reconocer cuándo la tecnología facilita el aprendizaje y cuándo puede obstaculizarlo.

En tercera instancia, porque el compromiso docente auténtico reconoce que cada estudiante llega al aula virtual con historias, necesidades, fortalezas y vulnerabilidades únicas que deben ser honradas y aprovechadas para facilitar el aprendizaje significativo. Como demuestran Mamani Flores et al. (2025) en su investigación sobre experiencias de estudiantes universitarios peruanos con entornos virtuales de aprendizaje, los hallazgos subrayan la urgencia de: (1) mejorar la capacitación docente en herramientas digitales, (2) optimizar la infraestructura técnica institucional y (3) desarrollar estrategias para fortalecer la interacción personalizada.

Este capítulo, por tanto, no es una simple recopilación de técnicas o herramientas; también es una exploración necesaria de lo que significa ser educador en la era digital, manteniendo el foco en lo humano mientras se aprovecha el potencial de la tecnología para diseñar experiencias de aprendizaje que sean, al mismo tiempo, más accesibles y rigurosas, más personalizadas y colaborativas, más eficientes y verdaderamente significativas.

5.1 Diseño pedagógico intencionado y herramientas digitales

5.1.1 Aprendizaje basado en tareas y pensamiento computacional

El diseño pedagógico intencionado representa la diferencia fundamental entre educación que simplemente incorpora tecnología y educación que la utiliza para transformar. Esta intencionalidad se manifiesta con más claridad en la manera en la que estructuramos experiencias de aprendizaje que integran el aprendizaje basado en tareas (ABT) con el desarrollo del pensamiento computacional para crear sinergias que potencian tanto la comprensión conceptual como las competencias transferibles.

La integración efectiva del ABT con pensamiento computacional en la enseñanza de ecuaciones diferenciales requiere reconceptualizar fundamentalmente qué competencias matemáticas son prioritarias en la formación contemporánea. Como hemos documentado en capítulos anteriores, la evolución de las actividades en la UNAD hacia Google Colab refleja esta reconceptualización: desde un enfoque que priorizaba manipulación algebraica hacia uno que enfatiza modelado, interpretación y aplicación flexible de conocimiento matemático.

Según Fujita (2020), el pensamiento computacional no se refiere simplemente al uso de computadoras, sino al desarrollo de formas de pensar que involucran descomposición de problemas complejos, reconocimiento de patrones, abstracción y algoritmos. Cuando se integra intencionalmente con ABT en ecuaciones diferenciales, esta aproximación permite que los estudiantes desarrollen competencias que trascienden el dominio matemático específico.

Un ejemplo concreto de esta integración se observa en el diseño de tareas que requieren que los estudiantes:

Descompongan problemas complejos de modelado en componentes manejables. En lugar de presentar ecuaciones diferenciales como objetos matemáticos abstractos, las tareas comienzan con situaciones del mundo real que los estudiantes deben analizar de manera sistemática: identificar las variables relevantes, establecer relaciones entre estas variables, formular condiciones iniciales y determinar qué aspectos del sistema requieren modelado matemático.

Reconozcan patrones a través de múltiples contextos y representaciones. Las tareas efectivas requieren que los estudiantes identifiquen similitudes estructurales entre problemas diferentes en apariencia: crecimiento poblacional, decaimiento radiactivo, enfriamiento de objetos y dinámicas de inventarios comparten estructuras matemáticas similares que pueden modelarse con ecuaciones diferenciales de primer orden. Esta capacidad de reconocimiento de patrones es esencial tanto para la competencia matemática como para el pensamiento computacional.

Desarrollen abstracción progresiva desde situaciones concretas hacia formulaciones generales. Las tareas bien diseñadas guían a los estudiantes desde la exploración de casos específicos hacia la comprensión de principios básicos, lo que facilita el desarrollo de capacidades para trabajar con diferentes niveles de abstracción según sea apropiado para el contexto.

Diseñen e implementen algoritmos tanto analíticos como numéricos para abordar problemas. Esto incluye no solo la aplicación mecánica de métodos existentes, sino también la capacidad de evaluar cuándo diferentes aproximaciones son apropiadas, combinar métodos múltiples cuando sea necesario y desarrollar estrategias de verificación para validar resultados.

La investigación de Alonso García et al. (2019) sobre buenas prácticas de enseñanza con TIC en educación superior española proporciona evidencia de que este tipo de integración intencional puede ser altamente efectiva. Su revisión sistemática identificó que las buenas prácticas con TIC se caracterizan por el uso de un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) como la tecnología principal en las buenas prácticas, y la mayoría de buenas prácticas en el desarrollo del ODS 4 (educación de calidad).

Sin embargo, para una implementación exitosa es necesario que los educadores desarrollen competencias pedagógicas específicas que van más allá del dominio técnico de herramientas digitales. Como plantean Pham et al. (2025) en su análisis del estado del arte sobre competencias pedagógicas en línea de docentes universitarios, la comunidad investigativa está basada en pequeños grupos de investiga-

ción y ha emergido en años recientes, sugiriendo que el desarrollo de estas competencias está aún en fases relativamente tempranas.

En ese sentido, las competencias pedagógicas esenciales para la integración efectiva del ABT con pensamiento computacional incluyen:

Capacidad para diseñar secuencias didácticas que equilibren estructura y flexibilidad. Los docentes deben ser capaces de crear tareas que ofrezcan un apoyo estructurado suficiente para guiar el aprendizaje, pero sin restringir la exploración genuina ni el descubrimiento por parte del estudiante. Esto exige una comprensión profunda tanto de la progresión conceptual en matemáticas como de las formas en que las herramientas digitales pueden facilitar distintos tipos de exploración.

Competencia para facilitar la metacognición a través de la tecnología, dado que las herramientas digitales pueden proporcionar oportunidades únicas para que los estudiantes reflexionen sobre sus propios procesos de aprendizaje; sin embargo, esto requiere diseño intencional. Los docentes necesitan desarrollar estrategias para usar herramientas como portafolios digitales, sistemas de documentación de procesos, además de plataformas de reflexión para facilitar el desarrollo metacognitivo.

Habilidad para integrar la evaluación auténtica con herramientas computacionales, puesto que aquello trasciende el mero uso de herramientas digitales para administrar exámenes tradicionales hacia el desarrollo de formas de evaluación que capturen la riqueza de competencias que los estudiantes desarrollan cuando trabajan con herramientas computacionales avanzadas.

5.1.2 Recursos digitales al servicio de la intencionalidad pedagógica

La relación entre recursos digitales e intencionalidad pedagógica representa una de las consideraciones más críticas para educadores contemporáneos. La tentación constante es permitir que las capacidades tecnológicas dicten objetivos educativos, pero las buenas prácticas requieren el enfoque inverso: comenzar con intenciones pedagógicas claras para, luego, seleccionar y adaptar herramientas digitales que faciliten el logro de estos objetivos de la mejor manera (ver figura 27).

Figura 27. Representación de entornos digitales y recursos tecnológicos para el aprendizaje de las matemáticas y las ecuaciones diferenciales



Fuente: Open AI (2026).

La intencionalidad pedagógica efectiva en el uso de recursos digitales se manifiesta a través de varios principios operativos:

Principio de coherencia funcional. Cada recurso digital debe tener una función pedagógica específica y claramente articulada dentro del diseño general del curso. En el contexto de ecuaciones diferenciales, esto significa que herramientas como GeoGebra no se utilizan solo porque están disponibles, sino porque facilitan tipos específicos de exploración conceptual que serían difíciles o imposibles a través de otros medios. Tal como menciona de Wet (2014), “los enfoques apropiados se emplean” cuando hay alineación clara entre herramientas y objetivos pedagógicos.

Principio de progresión intencional. Los recursos digitales deben introducirse y secuenciarse de manera que apoyen la progresión conceptual natural en lugar de crear fragmentación o sobrecarga cognitiva. Esto requiere un entendimiento profundo tanto de cómo los estudiantes desarrollan comprensión en matemáticas

como de las formas en las que diferentes herramientas digitales pueden facilitar u obstaculizar esta progresión.

Principio de integración auténtica. Los recursos digitales más efectivos son aquellos que se integran orgánicamente en el flujo de actividades de aprendizaje en lugar de sentirse como añadidos superficiales o distractores del contenido central. Como documenta nuestra experiencia en la UNAD, la transición hacia Google Colab fue efectiva porque se integró de forma auténtica con objetivos centrales basados en el desarrollo de competencias de modelado e interpretación.

Principio de empoderamiento estudiantil. Los recursos digitales deben aumentar la agencia estudiantil y proporcionar oportunidades para la construcción activa de conocimiento en lugar de limitarse a digitalizar formas de consumo pasivo de información. Esto se alinea con los hallazgos de Greenhow y Galvin (2020) sobre enseñanza con redes sociales, donde enfatizan: los entornos de aprendizaje que combinan elementos asincrónicos en línea, donde los estudiantes pueden ir a su propio ritmo, en su propio tiempo tienen cierta elección sobre su aprendizaje y se involucran regular y significativamente con otros estudiantes, su profesor y la materia son más exitosos para el aprendizaje estudiantil.

Para la implementación de estos principios se deben desarrollar competencias docentes específicas que van más allá de la competencia técnica básica. Los educadores necesitan gestar lo que podríamos llamar “inteligencia pedagógica digital”: la capacidad de tomar decisiones informadas sobre cuándo, cómo y por qué utilizar herramientas digitales específicas para facilitar objetivos de aprendizaje particulares.

Esta inteligencia se manifiesta en las siguientes capacidades:

Evaluar el potencial pedagógico de diferentes herramientas digitales, lo cual implica ir más allá de comprender lo que una herramienta puede hacer en términos técnicos. Se trata de entender cómo sus características concretas pueden favorecer ciertos tipos de aprendizaje. Por ejemplo, la capacidad de GeoGebra para permitir la manipulación dinámica de parámetros no es solo una funcionalidad técnica, sino una posibilidad didáctica que puede facilitar la comprensión conceptual de cómo los cambios en los parámetros inciden en el comportamiento de sistemas dinámicos.

Diseñar secuencias de actividades que aprovechen las fortalezas únicas de diferentes herramientas mientras mitigan sus limitaciones. Esto requiere comprensión sofisticada tanto de pedagogía matemática como de capacidades y limitaciones de herramientas digitales específicas.

Adaptar y personalizar herramientas digitales para contextos específicos. En lugar de usar herramientas “fuera de la caja”, los educadores efectivos aprenden a adaptar configuraciones, crear plantillas personalizadas y diseñar actividades que aprovechen las capacidades únicas de herramientas particulares para sus estudiantes y contextos particulares.

Integrar evaluación auténtica que capture la riqueza de aprendizaje que ocurre cuando los estudiantes trabajan con herramientas digitales avanzadas. Esto incluye desarrollo de rúbricas que valoren no solo productos finales, sino también procesos de exploración, documentación de descubrimientos y reflexión sobre aprendizaje.

5.2 Interacción significativa y construcción de comunidad

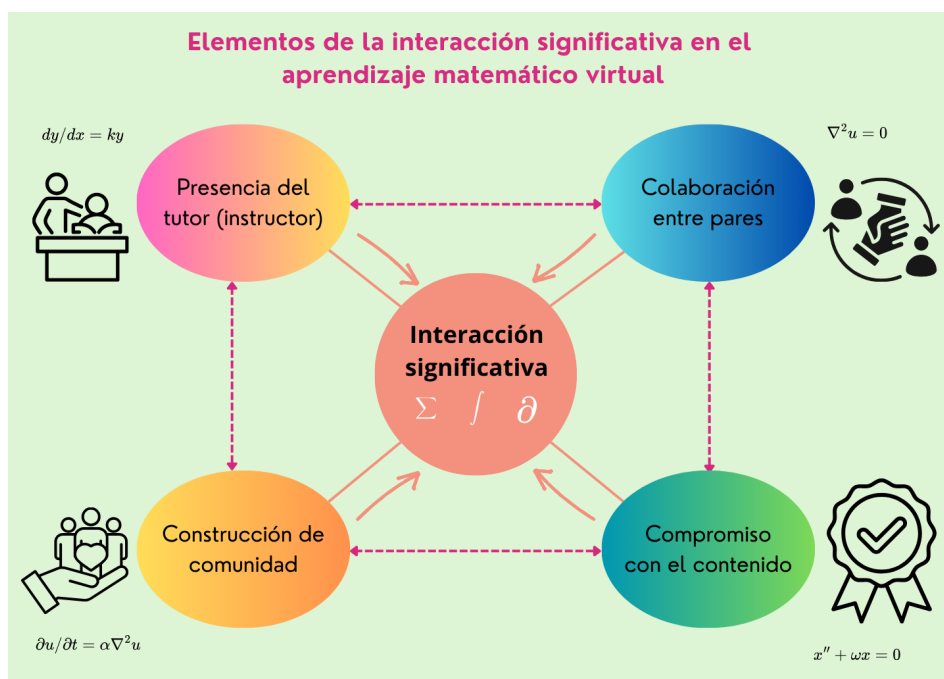
La construcción de comunidades de aprendizaje significativas en entornos virtuales representa uno de los aspectos más desafiantes y, a la vez, más transformadores de la educación digital contemporánea. A diferencia de la interacción casual —que puede emerger espontáneamente en espacios físicos compartidos—, la interacción significativa en contextos virtuales requiere diseño intencional, facilitación activa y comprensión profunda de cómo se desarrollan relaciones educativas auténticas a través de la mediación tecnológica (ver figura 28).

La investigación de Shehzad y Charles (2023) sobre el impacto de la presencia social del instructor en el compromiso estudiantil ofrece una comprensión clave de esta dimensión relacional. Su investigación “explora la relación entre constructos de presencia social del instructor y compromiso estudiantil” y encuentra que la presencia social del instructor influye positivamente en el compromiso estudiantil y la retención. Estos hallazgos confirman que la interacción significativa no es simplemente un beneficio adicional de la educación virtual, sino un factor crítico para el éxito educativo.

Sin embargo, el concepto de “interacción significativa” en educación matemática virtual trasciende la simple presencia social hacia formas más profundas de compromiso intelectual y emocional. En el contexto específico de ecuaciones diferen-

ciales, la interacción significativa debe facilitar no solo la comprensión conceptual; debe, además, propiciar el desarrollo de la confianza matemática, de capacidades para la colaboración intelectual y del sentido de pertenencia a una comunidad de práctica matemática.

Figura 28. Elementos que favorecen la interacción significativa en ambientes virtuales de aprendizaje matemático integrando presencia docente, colaboración entre pares, construcción de comunidad y compromiso con el contenido



Fuente: elaboración propia.

La construcción de comunidad en entornos virtuales de matemáticas requiere atención simultánea a múltiples dimensiones que se refuerzan mutuamente:

Dimensión cognitiva de la comunidad, donde los miembros se involucran en la construcción colaborativa de una comprensión matemática. No se trata exclusivamente de compartir respuestas correctas; en cambio, se trata de alcanzar formas más sofisticadas de colaboración intelectual: plantear preguntas investigativas, construir sobre ideas de otros, desafiar suposiciones de manera colaborativa y respetuosa, así como desarrollar comprensiones colectivas que ningún individuo po-

dría alcanzar independientemente. La investigación de Logemann et al. (2022) sobre un proyecto global de equipos virtuales demuestra que el papel del instructor cambió a un entrenador y mentor, y la tecnología se usó para crear mayor sentido de inclusión y la percepción de presencia compartida en las interacciones entre estudiantes y docentes.

Dimensión social de la comunidad, donde se desarrollan relaciones interpersonales auténticas que trascienden el intercambio académico formal. En educación matemática, esta dimensión es particularmente importante, porque muchos estudiantes llegan con ansiedad matemática, experiencias previas negativas o percepciones de que esta área es de dominio exclusivo de individuos con talento excepcional. La construcción de comunidad social implica crear espacios donde los estudiantes puedan compartir vulnerabilidades, celebrar descubrimientos y desarrollar identidades matemáticas positivas.

Dimensión pedagógica de la comunidad, donde los miembros comparten responsabilidad por el aprendizaje colaborativo y crean capacidades para facilitar el aprendizaje mutuo. Esto incluye el desarrollo de competencias para proporcionar retroalimentación constructiva, hacer preguntas que profundizan la comprensión y crear recursos que benefician a toda la comunidad.

Dimensión tecnológica de la comunidad, donde los miembros desarrollan competencias compartidas para utilizar herramientas digitales de manera que amplifique en lugar de obstaculizar la interacción significativa. Esto requiere que tanto instructores como estudiantes desarrollen lo que podríamos llamar “competencia comunitaria digital”, a saber, la capacidad de usar tecnología de manera que facilite conexión auténtica, colaboración productiva y construcción de conocimiento colectivo.

Ahora bien, la implementación efectiva de estas dimensiones requiere estrategias específicas que aborden los desafíos únicos de la educación matemática virtual:

Creación de espacios de vulnerabilidad productiva, donde los estudiantes pueden compartir confusiones, errores y procesos de descubrimiento sin temor al juicio. En matemáticas tradicional, la cultura de “respuesta correcta” puede inhibir el tipo de exploración e intercambio que facilita el aprendizaje profundo. En este sentido, los entornos virtuales bien diseñados pueden crear oportunidades para formas de vulnerabilidad que pueden ser más difíciles en contextos presenciales.

Facilitación de colaboración asíncrona sostenida, donde los estudiantes pueden participar en la construcción de conocimiento extendida a través del tiempo. Las herramientas digitales permiten formas de colaboración que trascienden las limitaciones temporales de reuniones síncronas para propiciar tipos de reflexión y creación de ideas que requieren tiempo de procesamiento.

Desarrollo de rituales y tradiciones comunitarias adaptados a entornos virtuales. Esto puede incluir formas de celebración de logros, reconocimiento de contribuciones valiosas y creación de memoria colectiva que contribuya a un sentido de continuidad y pertenencia.

Integración de perspectivas múltiples y diversas desde el aprovechamiento del potencial de los entornos virtuales para conectar estudiantes con trasfondos, experiencias y perspectivas diversas. Como demuestran Al Hashimi y Alsindi (2021) en su investigación sobre optimización de experiencias de aprendizaje en línea para estudiantes de arte y diseño con discapacidad auditiva, las recomendaciones formuladas sobre la base de los hallazgos son adaptar los resultados de aprendizaje previstos y enfoques de enseñanza para optimizar las experiencias de aprendizaje de los estudiantes con discapacidad auditiva.

Entretanto, la evaluación de la efectividad en construcción de comunidad requiere métricas que trasciendan los indicadores tradicionales de participación hacia medidas más sofisticadas de compromiso significativo. Esto incluye análisis de calidad de interacciones, evidencia de aprendizaje colaborativo, desarrollo de competencias sociales y comunicativas e indicadores de bienestar y pertenencia estudiantil.

5.3 Evaluación formativa y retroalimentación oportuna

5.3.1 De la calificación a la construcción de significado

La transformación de los paradigmas evaluativos representa una de las revoluciones más profundas y necesarias en la educación matemática contemporánea. El desplazamiento desde modelos centrados en la calificación hacia enfoques que priorizan construcción de significado no es simplemente un ajuste metodológico, sino una reconceptualización fundamental de qué constituye evidencia de aprendizaje significativo y cómo puede facilitarse a través de prácticas evaluativas transformadoras.

En el contexto específico de ecuaciones diferenciales en educación virtual, esta transformación es particularmente crítica, porque los métodos de evaluación tradicionales —centrados en la manipulación algebraica rutinizada y la reproducción de procedimientos memorizados— fallan en capturar las competencias más valiosas que los estudiantes pueden desarrollar: capacidades para modelado, interpretación conceptual, aplicación flexible de conocimiento y transferencia a contextos nuevos.

La investigación de Takács et al. (2024) sobre métodos de evaluación digital para cursos matemáticos documenta que las estrategias de evaluación efectiva dentro del entorno en línea aún quedan rezagadas a pesar de los avances tecnológicos significativos. Su trabajo sugiere que el potencial de integrar TIC y sistemas de álgebra computacional en la educación matemática para mejorar los resultados de aprendizaje estudiantil existe, pero requiere superar desafíos técnicos, pedagógicos y logísticos.

Esta brecha entre potencial tecnológico e implementación de evaluación efectiva refleja desafíos más profundos referidos a cómo conceptualizamos el propósito y proceso de evaluación en la educación matemática. La transición hacia una evaluación que construye significado requiere varios cambios paradigmáticos fundamentales:

En primer lugar, de evaluación sumativa hacia evaluación integrada, donde la evaluación se convierte en parte orgánica del proceso de aprendizaje en lugar de eventos separados que interrumpen o concluyen secuencias de aprendizaje. En la práctica, esto significa diseñar actividades evaluativas que simultáneamente faciliten aprendizaje significativo y proporcionen evidencia de comprensión. La evolución de las actividades en la UNAD hacia tareas contextualizadas que requieren modelado, análisis e interpretación ejemplifica este enfoque integrado.

Segundo, de respuestas correctas hacia procesos de razonamiento en los que el foco evaluativo se desplaza desde la verificación de productos finales hacia la comprensión y el mejoramiento de procesos de pensamiento matemático. Esto requiere desarrollo de formas de documentar, analizar y proporcionar retroalimentación sobre cómo los estudiantes abordan problemas complejos, no solo si llegan a respuestas correctas.

En tercera instancia, de la evaluación individual hacia la evaluación de competencias colaborativas a partir del reconocimiento de que muchas de las aplicaciones más importantes de ecuaciones diferenciales ocurren en contextos colaborativos

donde múltiples perspectivas y competencias deben integrarse con efectividad. Esto implica desarrollo de formas de evaluar y facilitar competencias para colaboración intelectual efectiva.

En cuarto lugar, de una evaluación descontextualizada hacia una evaluación auténtica en la que los estudiantes demuestran competencias en contextos que reflejan aplicaciones reales de conocimiento matemático. Esto incluye evaluación de capacidades para identificar cuándo y cómo aplicar conocimiento matemático a situaciones nuevas y complejas.

5.3.2 Herramientas automatizadas y retroalimentación humana

La integración efectiva de herramientas automatizadas con retroalimentación humana representa una de las fronteras más prometedoras y complejas en la evolución de prácticas evaluativas. Tal integración no implica reemplazar el juicio humano con algoritmos, sino crear sistemas híbridos que aprovechen las fortalezas únicas tanto del procesamiento computacional como de la comprensión pedagógica humana.

Las herramientas automatizadas ofrecen capacidades únicas que pueden transformar aspectos específicos de evaluación formativa (ver figura 29):

Procesamiento en tiempo real de respuestas estudiantiles, lo que facilita una retroalimentación inmediata sobre aspectos técnicos de resolución de problemas. En ecuaciones diferenciales, esto puede incluir verificación instantánea de manipulaciones algebraicas, validación de soluciones numéricas e identificación de errores comunes en procedimientos.

Análisis de patrones a través de múltiples estudiantes y tiempo para identificar dificultades conceptuales recurrentes, efectividad de diferentes enfoques pedagógicos y áreas donde se necesita intervención adicional. Esta capacidad analítica puede informar ajustes tanto en instrucción individual como en diseño curricular más amplio.

Personalización escalable de retroalimentación basada en respuestas específicas, historial de aprendizaje y objetivos individuales. Mientras que sería imposible para un instructor proporcionar retroalimentación personalizada inmediata a gran escala, las herramientas automatizadas pueden proporcionar comentarios adaptativos que se ajustan a las necesidades específicas de cada estudiante.

Documentación comprensiva de los procesos de aprendizaje que pueden informar tanto sobre la reflexión estudiantil como del análisis pedagógico. Las herramientas digitales pueden capturar información rica sobre cómo los estudiantes abordan problemas, qué estrategias utilizan, dónde encuentran dificultades y cómo evolucionan sus aproximaciones a lo largo del tiempo.

Sin embargo, la retroalimentación humana proporciona dimensiones que permanecen irremplazables en educación matemática auténtica:

Comprensión contextual de factores que influyen en el aprendizaje individual, incluidos el trasfondo educativo, las motivaciones personales, las ansiedades específicas y los objetivos de carrera que afectan cómo los estudiantes se relacionan con contenido matemático.

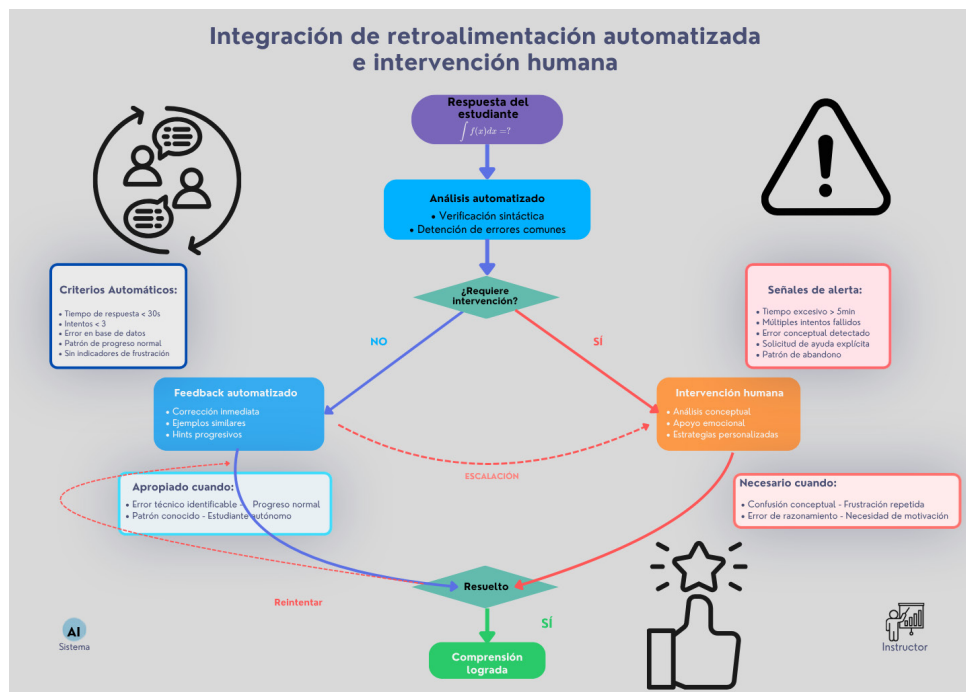
Interpretación pedagógica de evidencia de aprendizaje que va más allá de la corrección técnica para alcanzar una comprensión de desarrollo conceptual, identificación de fortalezas emergentes y reconocimiento de progreso que puede no ser evidente en métricas automatizadas.

Apoyo emocional y motivacional que reconoce que el aprendizaje matemático involucra dimensiones afectivas significativas que requieren una respuesta humana empática y apropiada.

Facilitación de conexiones entre conceptos, aplicaciones y experiencias que requiere una comprensión holística tanto de contenido matemático como de desarrollo estudiantil individual.

La integración efectiva de estas capacidades demanda lo que podríamos caracterizar como “pedagogía híbrida inteligente”: la capacidad de tomar decisiones informadas sobre cuándo utilizar automatización y cuándo es esencial la intervención humana directa.

Figura 29. Modelo de integración entre retroalimentación automatizada e intervención humana para el acompañamiento adaptativo en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales



Fuente: elaboración propia.

Por lo demás, esta pedagogía híbrida se manifiesta en estrategias específicas:

Triage automatizado, donde las herramientas digitales identifican estudiantes que necesitan intervención humana inmediata basándose en criterios como frecuencia de errores, patrones de confusión o indicadores de frustración con el fin de facilitar que los instructores enfoquen la atención humana donde es más necesaria.

Retroalimentación de múltiples capas, donde las respuestas automatizadas inmediatas sobre aspectos técnicos se complementan con comentarios humanos más profundos sobre desarrollo conceptual, conexiones interdisciplinarias e implicaciones más amplias.

Análisis colaborativo de datos, donde herramientas automatizadas proporcionan información que anuncia, pero que no reemplaza el juicio pedagógico humano

sobre cómo adaptar instrucción, proporcionar apoyo adicional o celebrar logros estudiantiles.

Desarrollo de capacidades metacognitivas, donde la combinación de *feedback* automatizado y humano ayuda a estudiantes a desarrollar competencias para autoevaluación, identificación de fortalezas y áreas de crecimiento, así como al establecimiento de objetivos de aprendizaje personales.

5.4 Equidad digital y personalización del aprendizaje

5.4.1 Diseño multimodal y estrategias para contextos de vulnerabilidad

La equidad digital en educación matemática virtual trasciende las consideraciones técnicas sobre acceso a dispositivos o conectividad para abordar cuestiones más profundas sobre cómo las decisiones de diseño pedagógico pueden crear o mitigar barreras para participación significativa de estudiantes diversos. En el contexto específico de ecuaciones diferenciales, donde los conceptos son inherentemente abstractos y las herramientas computacionales pueden ser técnicamente demandantes, el diseño equitativo requiere atención intencional a múltiples dimensiones de diversidad estudiantil.

La investigación de Mamani Flores et al. (2025) sobre las experiencias de estudiantes universitarios peruanos en entornos virtuales de aprendizaje ofrece una mirada esclarecedora sobre las dinámicas actuales de la educación mediada por tecnología. El estudio evidenció que un 57,1 % calificó su experiencia como positiva, resaltando especialmente la accesibilidad a los materiales (22,3 %) y la utilidad de las videoconferencias mediante Zoom o Google Meet (84 %). No obstante, también salieron a la luz desafíos persistentes; por ejemplo, el 50,9 % reportó problemas técnicos ocasionales y el 38,4 % percibió los entornos virtuales de aprendizaje como menos efectivos que las clases presenciales.

Estos hallazgos nos llevan a pensar que la equidad digital requiere más que simplemente proporcionar acceso técnico; debe abordar las múltiples formas en que las diferencias en recursos, experiencias previas y contextos de vida pueden crear barreras diversas para la participación educativa efectiva.

Ahora pues, un diseño multimodal representa una estrategia fundamental para promover equidad al reconocer que estudiantes diversos procesan información, demuestran comprensión y se involucran con contenido de maneras diferentes. En educación matemática virtual, esto implica crear varias rutas hacia objetivos de aprendizaje comunes que permitan que estudiantes con diferentes fortalezas, preferencias y limitaciones puedan acceder con éxito a una comprensión conceptual profunda.

Otra dimensión de la diversidad estudiantil en el contexto de la equidad virtual se refiere a las **modalidades visuales adaptativas**, que van más allá de la simple inclusión de gráficos hacia formas más sofisticadas de representación visual que puedan ajustarse a diferentes necesidades y preferencias. Esto incluye opciones para manipular contraste, tamaño de fuente o esquemas de color; representaciones alternativas de información gráfica compleja y herramientas que permitan a los estudiantes crear sus propias visualizaciones de conceptos matemáticos.

Por su parte, las **modalidades auditivas flexibles** reconocen que algunos estudiantes se benefician significativamente de explicaciones verbales, discusión colaborativa y oportunidades para articular su pensamiento matemático de forma oral. En entornos virtuales, esto puede incluir herramientas de grabación que permitan a los estudiantes documentar procesos de razonamiento verbalmente, espacios para discusión sincrónica regular, además de opciones para recibir retroalimentación sobre las actividades.

Las **modalidades kinestésicas digitales** aprovechan capacidades de herramientas digitales para proporcionar experiencias de manipulación directa que pueden facilitar la comprensión conceptual para estudiantes que se benefician de un aprendizaje más corporal y experiencial. Esto incluye simulaciones interactivas donde los estudiantes pueden manipular parámetros y observar resultados de inmediato, herramientas de construcción que facilitan a los estudiantes elaborar conceptos matemáticos, así como actividades que involucran movimiento físico incluso en contextos virtuales.

Entretanto, las **modalidades textuales enriquecidas** van más allá de la presentación tradicional de texto hacia formas más dinámicas e interactivas de comunicación textual. Esto incluye herramientas de anotación que permiten que estudiantes interactúen directamente con textos, recursos de traducción para estudiantes multilingües y opciones para personalizar presentación textual según necesidades específicas.

Las estrategias para contextos de vulnerabilidad precisan reconocer que muchos estudiantes enfrentan desafíos que van más allá de diferencias en estilo de aprendizaje hacia limitaciones estructurales más significativas en recursos, tiempo, apoyo familiar o estabilidad de situación de vida.

Figura 30. Representación del aprendizaje colaborativo y el uso de tecnologías digitales en la enseñanza contemporánea de las matemáticas



Fuente: OpenAI (2026).

5.4.2 Inclusión y reconocimiento de trayectorias estudiantiles diversas

El reconocimiento auténtico de trayectorias estudiantiles diversas representa una de las dimensiones más transformadoras de la pedagogía equitativa en educación matemática virtual. Esta aproximación no va solo de acomodar diferencias, sino más bien de valorar activamente las fortalezas, perspectivas y experiencias únicas que cada estudiante aporta a la comunidad de aprendizaje matemático.

En el contexto de ecuaciones diferenciales, donde muchos estudiantes llegan con historias complejas de relación con las matemáticas —incluyendo ansiedad mate-

mática, experiencias educativas interrumpidas o percepciones de que las matemáticas es dominio exclusivo de individuos excepcionalmente talentosos—, el reconocimiento de trayectorias diversas es especialmente crítico para crear condiciones donde todos los estudiantes puedan desarrollar competencia y confianza matemática auténtica.

Este tipo de reconocimiento requiere el desarrollo de lo que podríamos caracterizar como “pedagogía responsiva culturalmente en matemáticas digitales”, la cual se definiría como la capacidad de diseñar e implementar experiencias de aprendizaje que honren y aprovechen las diversas formas en que estudiantes de diferentes trasfondos se relacionan con el conocimiento matemático. Dicha pedagogía incluye estas dimensiones:

Identificación de conocimientos previos diversos que van más allá de competencias matemáticas formales hacia formas múltiples de razonamiento cuantitativo, solución de problemas y modelado que los estudiantes pudieron haber desarrollado a través de experiencias de vida, trabajo o tradiciones culturales. En lugar de ver diferencias en preparación formal como déficits, los enfoques inclusivos identifican y se construyen sobre fortalezas cognitivas existentes.

Valoración de perspectivas culturalmente situadas sobre aplicaciones matemáticas, reconociendo que estudiantes provenientes de diversos contextos pueden aportar comprensiones singulares y significativas sobre la manera en que los conceptos matemáticos se vinculan con fenómenos del mundo real. Por ejemplo, estudiantes con experiencia en actividades agrícolas pueden ofrecer una comprensión práctica de las dinámicas de crecimiento, lo cual enriquece las discusiones sobre modelos matemáticos de crecimiento poblacional, dotándolas de mayor relevancia y sentido contextual.

Flexibilidad en formas de demostrar comprensión que permiten que estudiantes con diferentes fortalezas comunicativas muestren competencia matemática a través de modalidades que mejor reflejen sus capacidades. Esto puede incluir opciones para demostración oral, presentación visual, implementación computacional o aplicación práctica según las fortalezas y preferencias individuales.

Integración de objetivos y aspiraciones personales en actividades de aprendizaje matemático que conecten conceptos abstractos con trayectorias de carrera, intereses personales u objetivos de vida específicos individuales. Esta personaliza-

ción va más allá de solo usar ejemplos diversos y, en cambio, busca crear conexiones auténticas entre matemáticas y aspiraciones estudiantiles.

Por lo demás, la implementación efectiva del reconocimiento de trayectorias diversas requiere sistemas y procesos que permitan a los educadores conocer a sus estudiantes como individuos complejos con historias, fortalezas, desafíos y aspiraciones únicas. Esto incluye:

Procesos de conocimiento estudiantil que trascienden las evaluaciones diagnósticas tradicionales para alcanzar formas más holísticas de comprender trasfondos, experiencias, objetivos y preferencias de aprendizaje de estudiantes. Esto puede incluir encuestas de inicio de curso que exploren no solo la preparación académica, sino también las experiencias con matemáticas, los objetivos de carrera y las preferencias de aprendizaje.

Documentación de crecimiento y desarrollo que capture no solo el logro académico, sino también el desarrollo de confianza, identidad matemática y capacidades metacognitivas que pueden ser especialmente importantes para estudiantes que han tenido experiencias matemáticas previas negativas.

Mecanismos de retroalimentación estudiantil que permitan un ajuste continuo de enfoques pedagógicos con base en necesidades emergentes, preferencias cambiantes, así como la evolución en la comprensión estudiantil a lo largo del curso.

Redes de apoyo *peer* que conecten estudiantes con trasfondos similares o complementarios de maneras que faciliten tanto el aprendizaje mutuo como el desarrollo de una comunidad inclusiva.

En última instancia, el reconocimiento auténtico de trayectorias estudiantiles diversas en educación matemática virtual requiere compromiso con lo que Ilovan (2020) caracteriza como *feedforward*, esto es, aproximaciones que miran hacia adelante para crear condiciones donde todos los estudiantes puedan prosperar en lugar de simplemente adaptarse a sistemas existentes. Como reflexiona en su investigación sobre educación geográfica universitaria en línea durante el COVID-19, las conclusiones enfatizan los beneficios de la educación en línea cuando se emplean enfoques apropiados.

Esta orientación hacia adelante es especialmente importante en educación matemática, donde las percepciones estudiantiles sobre sus propias capacidades pue-

den ser limitadas por experiencias educativas previas. Los entornos virtuales bien diseñados pueden proporcionar oportunidades únicas para que estudiantes desarrollen nuevas relaciones con las matemáticas que honren sus fortalezas existentes mientras expanden sus capacidades y confianza.

La síntesis de buenas prácticas docentes que surge de esta exploración confirma que la educación matemática virtual más efectiva es aquella que integra intencionalidad pedagógica profunda con competencia tecnológica, comprensión empática de diversidad estudiantil con rigor académico e innovación educativa con el compromiso auténtico con el éxito de cada estudiante. Es en esta integración compleja pero esencial donde encontramos el potencial genuino de la educación digital para democratizar el acceso a la competencia matemática mientras mantenemos e incluso expandimos estándares de excelencia académica.

Los educadores que abrazan este desafío complejo no solo facilitan el aprendizaje de ecuaciones diferenciales, sino que contribuyen a la transformación más amplia de la educación superior hacia formas más equitativas, accesibles y efectivas de facilitar el desarrollo intelectual y personal. En esta contribución, encontramos tanto la responsabilidad como la oportunidad extraordinaria de nuestro momento histórico en educación.

Tablero docente



Participación en foros
71%



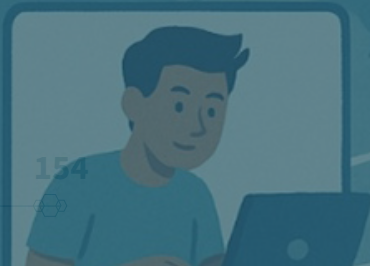
Tareas entregadas
85%



Visualización de recursos
90%



Actividades en Colab
56%



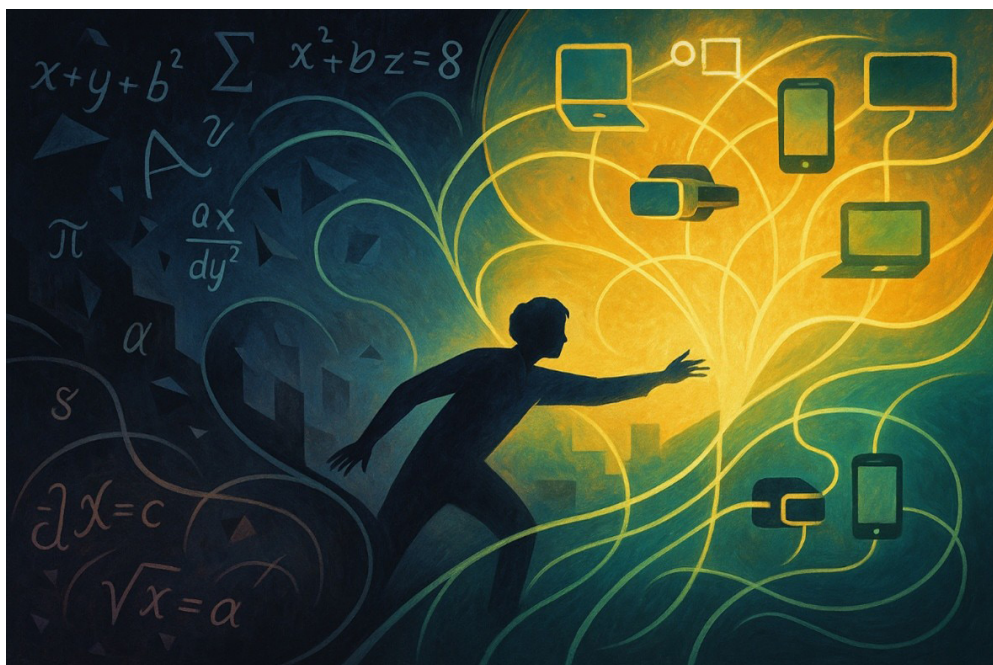
DESAFÍOS Y POSIBLES SOLUCIONES EN LA ENSEÑANZA VIRTUAL

La educación virtual en matemáticas, particularmente en ecuaciones diferenciales ha experimentado una evolución acelerada que nos ha llevado desde experimentos pioneros con simulaciones computacionales hasta ecosistemas educativos integrados que aprovechan inteligencia artificial, realidad aumentada y análisis de aprendizaje adaptativo. Sin embargo, esta transformación tecnológica ha revelado también desafíos complejos que trascienden consideraciones puramente técnicas para adentrarse en cuestiones fundamentales sobre la naturaleza del aprendizaje matemático, la equidad educativa y el papel del educador en la era digital.

Los desafíos que enfrentamos hoy no son simplemente versiones digitalizadas de problemas tradicionales, sino que representan dilemas cualitativamente nuevos que emergen de la intersección entre pedagogía matemática, mediación tecnológica y diversidad estudiantil. Como hemos documentado a lo largo de este libro, la evolución desde actividades algorítmicas tradicionales hacia experiencias de aprendizaje que integran múltiples registros de representación semiótica ha sido transformadora, pero también ha puesto en evidencia tensiones que requieren respuestas sofisticadas y contextualmente situadas.

La experiencia acumulada en la implementación de marcos pedagógicos integrados ha demostrado que cada avance en capacidades educativas digitales viene acompañado de nuevos desafíos que requieren adaptación continua tanto de educadores como de instituciones. En consecuencia, esta realidad nos exige un enfoque que vaya más allá de soluciones técnicas puntuales hacia estrategias sistémicas que aborden las dimensiones pedagógicas, tecnológicas, sociales y éticas de la educación matemática virtual.

Figura 31. Representación simbólica de la convergencia entre pensamiento matemático, conectividad digital y tecnologías emergentes en los ecosistemas virtuales de aprendizaje



Fuente: Open AI (2026).

El análisis de estos desafíos exige reconocer que una educación matemática virtual efectiva no consiste exclusivamente en digitalizar prácticas presenciales, sino en construir nuevos ecosistemas de aprendizaje que aprovechen las posibilidades propias de los entornos digitales al tiempo que enfrentan de forma proactiva sus limitaciones y riesgos inherentes. Esta mirada nos invita a examinar cinco áreas críticas en las que la tensión entre el potencial transformador y los obstáculos persistentes define buena parte de nuestra experiencia educativa contemporánea.

6.1 Desmotivación y baja participación estudiantil

Tanto la desmotivación como la baja participación estudiantil en entornos virtuales de matemáticas representa uno de los desafíos más persistentes y complejos que enfrentamos como educadores. Este fenómeno trasciende la simple ausencia física para manifestarse en formas sutiles pero devastadoras: estudiantes que se conectan, pero no se involucran; que completan tareas, pero no construyen comprensión; que navegan plataformas, pero no desarrollan competencia matemática auténtica.

La transformación metodológica documentada en el capítulo 4 —particularmente la evolución desde ejercicios algorítmicos tradicionales hacia actividades contextualizadas que integran herramientas como Google Colab y GeoGebra— surgió como respuesta a patrones preocupantes de desmotivación estudiantil evidenciados en diversos indicadores: baja participación en foros, entrega de trabajos con nivel superficial y retroalimentación que expresaba una percepción de desconexión entre el contenido matemático y su relevancia personal o profesional.

La investigación de Setialaksana et al. (2025) sobre el impacto de los factores que facilitan u obstaculizan el aprendizaje en línea ofrece una comprensión profunda de estas dinámicas. En su estudio, que incluyó trescientos veinte estudiantes de ingeniería en Indonesia, encontraron que los habilitadores del aprendizaje en línea no mostraron un efecto claro sobre la ansiedad matemática, pero sí evidenciaron una influencia directa y estadísticamente significativa en el logro académico en matemáticas. De forma paradójica, los inhabilitadores del aprendizaje en línea incrementaron la ansiedad matemática de los estudiantes, la cual, a su vez, tuvo un efecto indirecto en su desempeño académico.

Estos hallazgos confirman lo que la práctica educativa nos ha enseñado: la motivación en entornos virtuales no es simplemente función de la calidad técnica de las herramientas o la sofisticación del contenido, sino que emerge de interacciones complejas entre factores cognitivos, emocionales, sociales y contextuales que requieren atención holística e intencional.

6.1.1 Raíces profundas de la desmotivación virtual

La desmotivación en matemáticas virtuales tiene raíces que se extienden más allá de deficiencias técnicas o pedagógicas y se relacionan con cuestiones fundamentales sobre identidad, pertenencia y agencia estudiantil. Los estudiantes más vulnerables a la desmotivación virtual son, con frecuencia, aquellos que llegan con

historias complejas de relación con las matemáticas: experiencias educativas previas que asociaron matemáticas con exclusión, evaluación punitiva o irrelevancia contextual.

El entorno virtual, cuando no se diseña intencionalmente para abordar estas vulnerabilidades, puede amplificar sentimientos de aislamiento e incompetencia. La ausencia de señales no verbales inmediatas, la mediación tecnológica de todas las interacciones, además de la frecuente dependencia de texto escrito para comunicación matemática compleja pueden crear barreras adicionales para estudiantes que ya enfrentan ansiedad matemática o inseguridad académica.

La investigación de Millones Liza et al. (2024) sobre la influencia de autoeficacia, disfrute percibido y facilidad de uso en satisfacción de aprendizaje matemático en entornos virtuales confirmó que la autoeficacia, disfrute percibido y facilidad de uso tienen una influencia positiva y significativa en la satisfacción estudiantil al aprender matemáticas en entornos virtuales. Su trabajo con cuatrocientos dos estudiantes universitarios reveló la importancia crítica de dar a los estudiantes el apoyo apropiado para desarrollar una actitud positiva, confianza y desarrollo de habilidades que promuevan autoeficacia, disfrute y motivación hacia las matemáticas.

Estos hallazgos resuenan con la experiencia de implementación del marco de integración reflexiva desarrollado en el capítulo 3. La progresión desde actividades que requerían únicamente manipulación simbólica hacia experiencias que facilitaban exploración conceptual, aplicación contextualizada y construcción colaborativa de conocimiento no fue meramente una actualización metodológica, sino una respuesta directa a evidencia de que los estudiantes necesitaban oportunidades para desarrollar relaciones más positivas y agenciales con el contenido matemático.

6.1.2 Estrategias para reconectar con el aprendizaje

El desarrollo de estrategias efectivas para reconectar a los estudiantes con el aprendizaje matemático requiere comprender que la motivación en entornos virtuales no puede ser “aplicada” desde fuera mediante elementos gamificados superficiales o incentivos artificiales. En cambio, debe surgir de vínculos auténticos entre el contenido matemático, las experiencias personales de los estudiantes y sus aspiraciones académicas y profesionales.

Sobre esto, una estrategia particularmente efectiva es la reconexión a través del protagonismo matemático. Esta aproximación reconoce que los estudiantes se motivan más cuando experimentan las matemáticas no como un conjunto de reglas

externas que deben memorizar y aplicar mecánicamente, sino como herramientas poderosas que pueden usar para enfrentar problemas que consideran significativos y conectados con su realidad.

En la práctica, esto se manifiesta a través del diseño de secuencias de actividades que comienzan con problemas auténticos que los estudiantes pueden relacionar con sus contextos personales o profesionales. Por ejemplo, en lugar de introducir ecuaciones diferenciales de primer orden a través de definiciones abstractas, las actividades contemporáneas comienzan con situaciones como modelado de crecimiento bacteriano para estudiantes de ciencias de la salud, análisis de dinámicas poblacionales para estudiantes de ciencias ambientales u optimización de procesos industriales para estudiantes de ingeniería.

Esta contextualización inicial resulta importante, pero no basta por sí sola. La conexión significativa con el aprendizaje se da cuando los estudiantes descubren que pueden utilizar las herramientas matemáticas para construir comprensiones auténticas sobre fenómenos que les resultan relevantes. La integración de Google Colab, documentada en el capítulo 4, ha sido especialmente valiosa en este sentido, ya que permite a los estudiantes experimentar directamente con parámetros, observar resultados de forma inmediata y desarrollar intuiciones sobre cómo los cambios matemáticos se traducen en implicaciones con sentido en contextos reales.

La investigación de Costa et al. (2024) sobre el viaje de aprendizaje de la heroína (HLJ) para contrarrestar la baja participación femenina en cursos STEM ofrece evidencia adicional del poder transformador de enfoques pedagógicos contextualizados. Su modelo narrativo heroico dirigido a contrarrestar la baja participación femenina en cursos STEM resultó en un aumento de inscripción femenina de 37,3% a 59,2%, superando ligeramente las inscripciones masculinas. Las respuestas de estudiantes indicaron que pudieron reconocer la existencia de un desequilibrio de género STEM, y apreciaron la naturaleza motivadora del modelo HLJ.

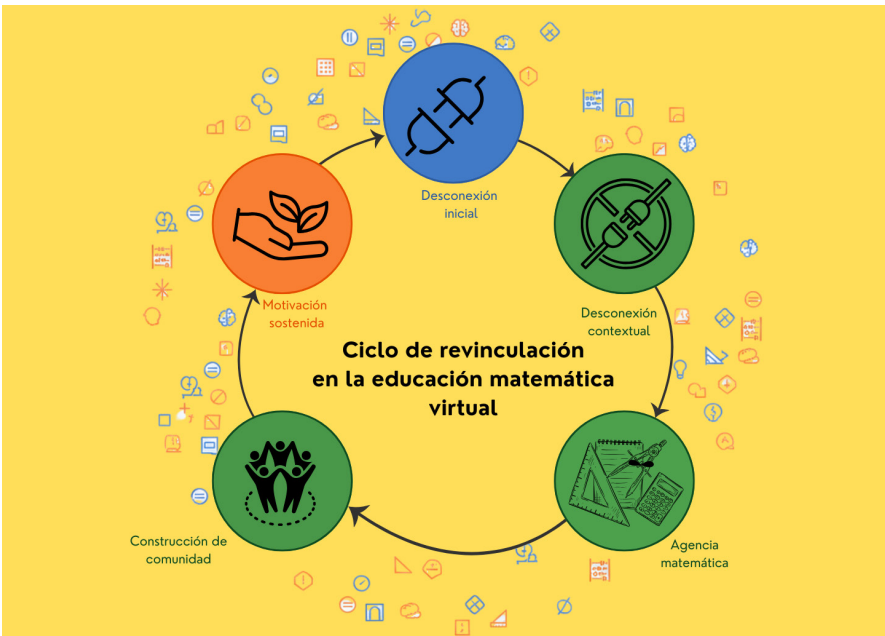
6.1.3 Construcción de comunidades de práctica virtual

Otra dimensión clave para reestablecer la conexión de los estudiantes con el aprendizaje involucra la construcción intencional de comunidades de práctica que ayuden a superar el aislamiento característico de muchos entornos virtuales. Como se discutió en el capítulo 5, la interacción significativa en contextos digitales requiere un diseño cuidadoso y una facilitación activa, especialmente en matemáticas, donde la comunicación precisa de ideas complejas representa un reto incluso en entornos presenciales.

Las estrategias más efectivas para fomentar comunidad incluyen el uso de proyectos de investigación colaborativa en los que pequeños grupos de estudiantes exploran aplicaciones concretas de las ecuaciones diferenciales en sus áreas de formación, documentan sus hallazgos y comparten recursos con el resto del curso (ver figura 32). Estos proyectos permiten activar distintos niveles de participación: individual (cada estudiante debe comprender los conceptos técnicos); social (el trabajo requiere colaboración efectiva) y colaborativo (los productos se comparten en beneficio del grupo).

Asimismo, los foros de discusión organizados en torno a casos de estudio crítico han demostrado ser especialmente eficaces para generar una participación intelectual más profunda. A diferencia de los foros tradicionales —donde las intervenciones suelen limitarse a respuestas superficiales—, estos espacios promueven el análisis colectivo de situaciones problemáticas complejas en las que las herramientas matemáticas ofrecen elementos de comprensión, pero donde también se requiere juicio crítico, interpretación contextual y debate constructivo.

Figura 32. Ciclo de revinculación en la educación matemática virtual, articulando motivación sostenida, construcción de comunidad y fortalecimiento de la agencia matemática para favorecer la permanencia estudiantil



Fuente: elaboración propia.

Un aspecto especialmente importante de estas estrategias de construcción de comunidad es el reconocimiento de que los estudiantes de educación virtual frecuentemente llevan consigo perspectivas y experiencias diversas que pueden enriquecer significativamente el aprendizaje colectivo cuando se valoran y aprovechan de forma apropiada. La diversidad generacional, geográfica y profesional que caracteriza muchos programas virtuales puede convertirse en una fortaleza pedagógica cuando se crean oportunidades estructuradas para que diferentes perspectivas se encuentren y se informen mutuamente.

6.1.4 Personalización adaptativa y trayectorias múltiples

El desafío de lograr una participación significativa del estudiantado en entornos virtuales también exige reconocer que los estudiantes llegan con niveles muy diversos de preparación matemática, experiencia tecnológica y disponibilidad de tiempo. Las aproximaciones de “talla única”, que pueden funcionar razonablemente en entornos presenciales gracias a la mediación docente inmediata y flexible, suelen fracasar en escenarios virtuales, donde la personalización debe integrarse desde el diseño mismo de las actividades.

La implementación de trayectorias de aprendizaje múltiples ha emergido como una estrategia crucial para abordar esta diversidad. En lugar de secuencias lineales de actividades que asumen niveles homogéneos de preparación y ritmos uniformes de progreso, las aproximaciones contemporáneas proporcionan múltiples rutas hacia objetivos de aprendizaje comunes, lo que facilita que estudiantes con diferentes fortalezas, limitaciones y preferencias puedan acceder con éxito a la competencia en matemática.

Asimismo, estas trayectorias múltiples se manifiestan a través de varias opciones, tales como actividades de “preparación adaptativa” para estudiantes que necesitan revisión de conceptos prerrequisitos; “extensiones desafiantes” para estudiantes que buscan exploración más profunda; aplicaciones especializadas que conectan conceptos matemáticos con diferentes campos profesionales y modalidades de demostración flexibles que permiten que estudiantes muestren comprensión a través de formatos que mejor reflejen sus fortalezas comunicativas.

La clave del éxito de estas aproximaciones es que la personalización no resulte en fragmentación o pérdida de estándares académicos. Todas las trayectorias deben facilitar el desarrollo de competencias fundamentales mientras proporcionan flexibilidad en cómo los estudiantes acceden, procesan y demuestran comprensión de estos conceptos esenciales.

6.2 Brechas digitales y barreras de accesibilidad

Las brechas digitales en educación matemática virtual representan uno de los desafíos más persistentes y éticamente complejos que enfrentamos como educadores, pues trascienden consideraciones simplistas sobre acceso a dispositivos o conectividad para revelar disparidades sistemáticas en capacidades, recursos y oportunidades que pueden perpetuar o amplificar inequidades educativas existentes si no se abordan proactiva e intencionalmente.

La experiencia de implementación de tecnologías educativas avanzadas, como la integración de Google Colab documentada en el capítulo 4 ha puesto en evidencia la complejidad de estas brechas: mientras que algunos estudiantes abrazan de inmediato estas herramientas y las utilizan para expandir de forma significativa sus capacidades matemáticas, otros enfrentan barreras que van desde limitaciones técnicas básicas hasta diferencias en competencia digital que pueden crear experiencias educativas cualitativamente diferentes, incluso dentro del mismo curso.

La investigación de Ngoveni (2025) sobre integración de herramientas de inteligencia artificial en educación matemática en entornos de aprendizaje abierto a distancia *e-learning* proporciona evidencia empírica crítica sobre estas dinámicas. Su estudio, que incluyó sesenta y seis aprendices, identificó barreras significativas para la integración de IA, incluyendo conectividad a internet inestable, acceso limitado a dispositivos adecuados y apoyo institucional insuficiente. Como elemento crucial, el autor encontró que estos desafíos impactaron desproporcionalmente a estudiantes en áreas rurales y con recursos limitados.

Estos hallazgos confirman lo que la práctica educativa nos ha enseñado: las brechas digitales no son simplemente obstáculos técnicos que pueden resolverse a través de provisión de equipos, sino que reflejan disparidades más profundas en recursos, capacidades y contextos de vida que requieren respuestas sistémicas y contextualmente sensibles.

6.2.1 Dimensiones múltiples de la brecha digital

Una comprensión sofisticada de brechas digitales en educación matemática virtual demanda el reconocimiento de que estas disparidades se manifiestan a través de múltiples dimensiones interrelacionadas que, a su vez, pueden crear efectos compuestos para estudiantes vulnerables.

La brecha de acceso tecnológico incluye no solo disponibilidad de dispositivos y conectividad, sino también calidad y confiabilidad de estas tecnologías. En la práctica educativa virtual se observan estudiantes que intentan completar actividades computacionalmente intensivas en teléfonos móviles con datos limitados o que dependen de acceso intermitente a computadoras compartidas en centros comunitarios. Estas limitaciones no solo afectan la capacidad técnica de completar actividades, sino que también crean estrés adicional y fragmentación en procesos de aprendizaje que requieren concentración sostenida.

La brecha de competencia digital se refiere a diferencias en habilidades, confianza y estrategias para utilizar tecnologías educativas efectivamente. Esta brecha es particularmente problemática en matemáticas, porque la competencia técnica se convierte en prerrequisito para acceder a contenido matemático, lo que crea una barrera adicional para estudiantes que ya pueden estar luchando con conceptos abstractos. La transición hacia herramientas como Google Colab, aunque pedagógicamente valiosa, requiere que los estudiantes desarrollen competencias en programación, navegación de interfaces complejas y resolución de problemas técnicos que pueden ser intimidantes para estudiantes sin experiencia previa.

La brecha de apoyo contextual involucra diferencias en disponibilidad de espacios de estudio apropiados, tiempo ininterrumpido para aprendizaje y redes de apoyo familiar o comunitario que faciliten éxito académico. La investigación de Mamani Flores et al. (2025) sobre experiencias de estudiantes universitarios peruanos con entornos virtuales de aprendizaje reveló que aunque el 57,1 % calificó su experiencia como positiva, también encontraron que el 50,9 % reportó problemas técnicos ocasionales, y el 38,4 % percibió los EVA como menos efectivos que las clases presenciales.

6.2.2 Estrategias de diseño universal e inclusivo

El abordaje efectivo de brechas digitales precisa la adopción de principios de diseño universal que anticipen y acomoden diversidad de recursos, capacidades y contextos desde el inicio del proceso de diseño educativo en lugar de intentar adaptaciones posteriores que, con frecuencia, resultan inadecuadas o estigmatizantes.

Una estrategia fundamental es el diseño de redundancia intencional, donde información crítica y actividades esenciales están disponibles a través de múltiples modalidades y plataformas. Por ejemplo, las actividades contextualizadas de ecuaciones diferenciales pueden incluir versiones que pueden completarse usando

herramientas gratuitas y accesibles (como calculadoras gráficas en línea), versiones que aprovechan herramientas más sofisticadas (como Google Colab) y versiones que pueden completarse *offline* con verificación posterior cuando el acceso sea posible.

El acompañamiento tecnológico progresivo ofrece distintos niveles de apoyo que permiten la participación efectiva de estudiantes con diversos grados de competencia digital. Esto incluye tutoriales paso a paso con capturas de pantalla detalladas, sesiones opcionales de apoyo técnico síncrono y recursos específicos para resolver dificultades técnicas frecuentes. Lo más importante es que este tipo de apoyo está diseñado para fortalecer gradualmente la autonomía de los estudiantes, lo que evita que se genere una dependencia prolongada.

La investigación de Adnan et al. (2024) sobre desarrollo de módulos de simulación de juegos tradicionales con tecnología de realidad aumentada demuestra la importancia de este enfoque de diseño inclusivo. Su trabajo encontró que los profesores estuvieron de acuerdo en que los módulos AR bien diseñados y alineados con objetivos pueden facilitar efectivamente el aprendizaje en línea y que las pruebas de usabilidad mostraron que el módulo AR-SiGaSTEM logró calificaciones altas de usabilidad.

6.2.3 Equidad en evaluación y demostración de competencia

Una dimensión particularmente crítica del abordaje de brechas digitales involucra asegurar que las diferencias en acceso tecnológico no se traduzcan en disparidades en oportunidades para demostrar competencia matemática. Esto requiere desarrollo de aproximaciones evaluativas que puedan capturar la comprensión conceptual auténtica independientemente de la sofisticación de las herramientas tecnológicas disponibles para estudiantes individuales (ver figura 33).

Las opciones de demostración flexible permiten que estudiantes muestren comprensión a través de modalidades que no dependan uniformemente de herramientas tecnológicas avanzadas. Por ejemplo, mientras que algunos estudiantes pueden demostrar comprensión de comportamiento de sistemas dinámicos a través de simulaciones computacionales sofisticadas, otros pueden mostrar comprensión equivalente a través de análisis cualitativo detallado, construcción manual de campos de direcciones o interpretación contextualizada de soluciones.

Los criterios de evaluación que priorizan la comprensión conceptual sobre la sofisticación técnica aseguran que el dominio de herramientas específicas no se confunda con comprensión matemática profunda. Esto requiere rúbricas que valoren evidencia de pensamiento matemático, capacidades de modelado, interpretación contextualizada y transferencia de conceptos independientemente de los medios específicos utilizados para generar o presentar esta evidencia.

Figura 33. Representación de la inclusión digital y la mediación tecnológica en el aprendizaje de las matemáticas en entornos virtuales



Fuente: Open AI (2026).

6.2.4 Desarrollo de capacidades institucionales

El abordaje sostenible de brechas digitales también requiere desarrollo de capacidades institucionales que puedan proporcionar apoyo sistemático y escalable para estudiantes diversos. Esto incluye no solo provisión de recursos tecnológicos, sino también el desarrollo de sistemas de apoyo que puedan identificar de forma proactiva estudiantes en riesgo y, en consecuencia, proporcionar intervenciones apropiadas.

Los programas de préstamo de dispositivos y conectividad pueden abordar barreras de acceso inmediatas, pero deben complementarse con capacitación y apoyo técnico continuo para ser verdaderamente efectivos. La experiencia ha demostrado que solo proporcionar dispositivos sin apoyo para su uso efectivo frecuentemente resulta en frustración adicional en lugar de empoderamiento.

Los centros de apoyo técnico distribuidos que aprovechan tanto recursos institucionales como comunitarios pueden ofrecer un acompañamiento más accesible y pertinente para cada contexto. Esto puede incluir alianzas con bibliotecas públicas, centros comunitarios y otras organizaciones que ya ofrecen acceso tecnológico en determinadas comunidades.

6.3 Obstáculos en la comunicación del pensamiento matemático

La comunicación del pensamiento matemático en entornos virtuales presenta desafíos únicos que van más allá de las dificultades técnicas de escribir ecuaciones en plataformas digitales y, en cambio, aluden a cuestiones fundamentales sobre cómo facilitamos, documentamos y evaluamos los procesos de razonamiento matemático cuando están mediados por tecnología. Este desafío se ha vuelto particularmente evidente en la implementación de actividades que requieren interpretación conceptual profunda, como las documentadas en la evolución hacia enfoques contextualizados en el capítulo 4.

La transición desde actividades que requerían únicamente manipulación simbólica hacia tareas que integran múltiples registros de representación semiótica ha mostrado que muchos estudiantes enfrentan dificultades significativas para articular sus procesos de pensamiento matemático cuando estos procesos deben registrarse a través de interfaces digitales. Esta dificultad no es meramente técnica, sino que refleja retos más profundos sobre cómo el pensamiento matemático se desarrolla, se estructura y se comunica cuando está mediado por herramientas digitales.

La investigación de Shirai et al. (2023) sobre el editor MathTOUCH para *e-learning* matemático aborda directamente esta problemática. Su trabajo reconoce que en el *e-learning* matemático con sistemas de gestión de aprendizaje, los métodos de entrada matemática existentes tienen cargas de trabajo pesadas; por lo tanto, las notaciones matemáticas son un desafío de larga data. Su desarrollo de una interfaz inteligente de entrada matemática que permite a los usuarios ingresar ecuaciones a

través de conversión predictiva desde el texto de estilo coloquial resultó en que los usuarios podían ingresar ecuaciones con el editor MathTOUCH aproximadamente 1,5 veces más rápido que con una interfaz estándar.

Sin embargo, estos avances técnicos, aunque valiosos, abordan solo una dimensión del desafío más amplio de comunicación matemática virtual. La verdadera complejidad aparece cuando consideramos que el pensamiento matemático auténtico involucra no solo la producción de notación correcta, sino también la capacidad de explicar razonamiento, justificar decisiones, conectar conceptos e interpretar resultados de maneras que demuestren comprensión conceptual profunda.

6.3.1 La paradoja de la expresión matemática virtual

La comunicación matemática virtual enfrenta lo que podríamos caracterizar como una “paradoja de expresión”: mientras que las herramientas digitales proporcionan capacidades sin precedentes para visualización, manipulación y exploración de conceptos matemáticos, también pueden crear barreras para la expresión fluida del pensamiento matemático, que es esencial para el aprendizaje profundo y la evaluación auténtica.

Esta paradoja se manifiesta de múltiples maneras en la práctica educativa. Los estudiantes que pueden explicar conceptos complejos verbalmente en discusiones sincrónicas frecuentemente luchan para traducir esa comprensión a un texto escrito que capture la riqueza de su razonamiento. La ausencia de señales no verbales, gestos e interacción facial que facilitan la comunicación matemática presencial crea desafíos adicionales para estudiantes que dependen de modalidades comunicativas más visuales o kinestésicas.

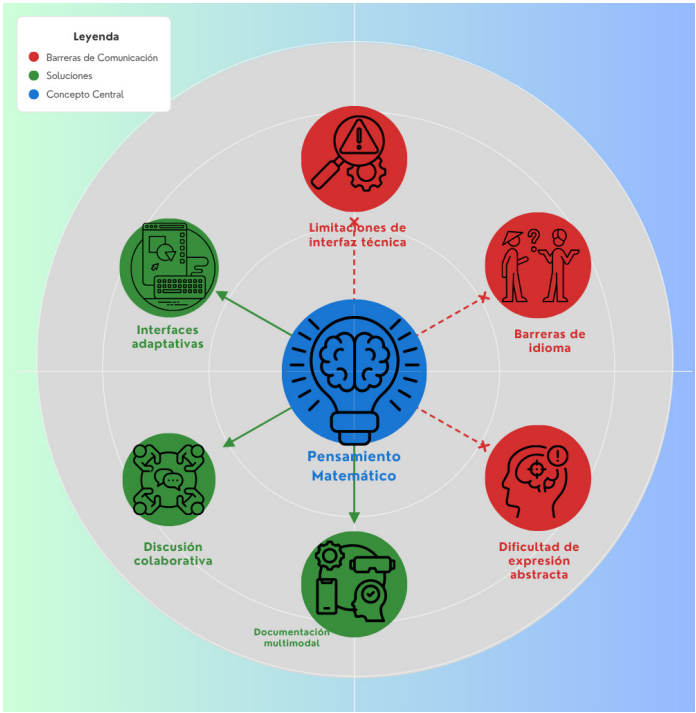
Más aún, la estructura de muchas interfaces digitales privilegia formas de comunicación matemática que pueden no alinearse con la forma en que los estudiantes realmente procesan y organizan información matemática. Además, las plataformas que requieren entrada lineal y secuencial pueden dificultar la expresión de formas de razonamiento más holísticas o iterativas que caracterizan mucho del pensamiento matemático auténtico.

6.3.2 Estrategias multimodales para la expresión matemática

El abordaje efectivo de los obstáculos en comunicación matemática virtual requiere el desarrollo de aproximaciones multimodales que proporcionen canales variados

para la expresión del pensamiento matemático (ver figura 34). Esto desde el reconocimiento de que diferentes estudiantes pueden tener fortalezas comunicativas diferentes y que distintos tipos de ideas matemáticas pueden beneficiarse de varias modalidades de expresión.

Figura 34. Representación de barreras comunicativas y estrategias de apoyo para el fortalecimiento del pensamiento matemático en entornos virtuales de aprendizaje



Fuente: elaboración propia.

Al respecto, una estrategia particularmente efectiva ha sido la implementación de portafolios de razonamiento matemático que combinan múltiples formas de documentación: anotaciones en herramientas de visualización (como GeoGebra), explicaciones escritas de procesos de razonamiento, grabaciones de audio donde los estudiantes “narran” su trabajo a medida que lo desarrollan, además de reflexiones metacognitivas sobre estrategias utilizadas y dificultades encontradas.

Estos portafolios no solo proporcionan evidencia más rica de comprensión estudiantil, sino que también facilitan el desarrollo de competencias metacognitivas

al requerir que los estudiantes reflexionen de manera explícita sobre sus propios procesos de pensamiento. La experiencia ha demostrado que muchos estudiantes adelantan una comprensión más profunda de conceptos matemáticos a través del proceso de articular y documentar su razonamiento que a través de manipulación simbólica pura.

La integración de herramientas de colaboración sincrónica para discusión matemática ha demostrado ser clave para abordar limitaciones de comunicación asincrónica. Sesiones regulares donde pequeños grupos de estudiantes discuten problemas complejos, comparten estrategias y construyen comprensión colectiva proporcionan oportunidades para formas de comunicación matemática más naturales y fluidas que pueden complementar documentación escrita más formal.

6.3.3 Desarrollo de competencias de comunicación matemática digital

Una dimensión crucial que frecuentemente se pasa por alto es la necesidad de desarrollar de forma explícita competencias de comunicación matemática digital como objetivos de aprendizaje legítimos, no simplemente como medios para otros fines. Esta perspectiva reconoce que la capacidad de comunicar ideas matemáticas efectivamente a través de medios digitales es en sí misma una competencia valiosa que los estudiantes necesitarán en contextos académicos y profesionales futuros.

Así, el desarrollo de estas competencias demanda un acompañamiento gradual que comience con formas relativamente simples de documentación matemática y que, de manera progresiva, introduzca modalidades más complejas y sofisticadas. Por ejemplo, las actividades pueden iniciar con descripciones verbales básicas de observaciones visuales (como la interpretación de gráficos de campos de direcciones), avanzar hacia explicaciones de estrategias de resolución de problemas y culminar en argumentaciones matemáticas completas que integren evidencia simbólica, visual y contextual.

Las rúbricas de comunicación matemática específicamente diseñadas para entornos virtuales pueden proporcionar criterios claros y retroalimentación constructiva sobre calidad de expresión matemática. Estas rúbricas deben valorar no solo la corrección técnica, sino también la claridad de la explicación, la coherencia de la argumentación, el uso efectivo de múltiples representaciones, así como la capacidad de adaptar la comunicación a audiencias específicas.

6.3.4 Evaluación auténtica de comunicación matemática virtual

La evaluación de la comunicación matemática en entornos virtuales presenta desafíos únicos que requieren el desarrollo de aproximaciones que puedan capturar la riqueza de la expresión matemática auténtica sin estar limitadas por las capacidades de interfaces digitales específicas. Esto significa ir más allá de la evaluación de productos finales para materializar formas de evaluación que puedan documentar y valorar procesos de comunicación matemática.

Las evaluaciones basadas en el proceso utilizan herramientas digitales para capturar evidencia de cómo los estudiantes desarrollan y refinan ideas matemáticas a lo largo del tiempo. Esto puede incluir análisis de versiones múltiples de trabajos estudiantiles, documentación de procesos de colaboración y reflexiones estudiantiles sobre evolución de su comprensión.

Por otra parte, la evaluación estructurada por pares aprovecha la diversidad de perspectivas estudiantiles para generar retroalimentación sobre la calidad de la comunicación matemática. Cuando se implementa con criterios claros y apoyos adecuados, esta estrategia no solo brinda retroalimentación valiosa, sino que también contribuye al desarrollo de competencias críticas para evaluar y mejorar la propia comunicación matemática.

6.4 Evaluación virtual y riesgos de deshonestidad académica

La evaluación en entornos virtuales de matemáticas presenta uno de los dilemas más complejos y multifacéticos que enfrentamos como educadores contemporáneos. Este gran desafío trasciende consideraciones simplistas sobre “hacer trampa” para adentrarse en cuestiones esenciales sobre qué constituye evidencia auténtica de aprendizaje matemático, cómo podemos crear experiencias evaluativas que faciliten en lugar de obstaculizar comprensión profunda y de qué manera podemos mantener la integridad académica mientras fomentamos colaboración e intercambio intelectual constructivo.

La experiencia de transformación evaluativa documentada a lo largo de este libro, particularmente la evolución desde ejercicios algorítmicos tradicionales hacia actividades contextualizadas que requieren interpretación, modelado y aplicación flexible de conocimiento surgió en parte como respuesta a limitaciones de métodos evaluativos tradicionales que se volvieron particularmente evidentes en contextos virtuales.

Los métodos de evaluación que dependían principalmente de verificación de respuestas correctas a problemas rutinarios no solo eran vulnerables a diversas formas de deshonestidad académica, sino que, en esencia, fallaban en capturar las competencias matemáticas más valiosas que esperamos que los estudiantes desarrollen: capacidades para modelado creativo, interpretación conceptual profunda y aplicación innovadora de principios matemáticos a contextos nuevos.

La investigación de Mitra (2023) aborda directamente estas tensiones. Su propuesta del sistema OPERHOT reconoce que “muchos estudiantes lucharon por responder preguntas que requerían pensamiento de orden superior, con respuestas frecuentemente idénticas en exámenes en línea no supervisados” y que “hay una necesidad urgente de rediseñar el sistema de prueba supervisada en línea de acuerdo con la criticidad STEM y la voz estudiantil”.

6.4.1 Redefiniendo la integridad académica en la era digital

La comprensión tradicional de integridad académica, desarrollada en contextos donde el acceso a la información y a herramientas computacionales era limitado, requiere una reconceptualización fundamental para contextos donde los estudiantes tienen acceso inmediato a vastos recursos digitales y donde las competencias más valiosas involucran precisamente la capacidad de utilizar estas herramientas efectiva y éticamente.

Tal reconceptualización no implica abandono de estándares académicos, sino su evolución hacia formas que reflejen las realidades de la práctica profesional contemporánea, donde la capacidad de acceder, evaluar, sintetizar y aplicar información de múltiples fuentes es más valiosa que la memorización de procedimientos específicos.

En la práctica, esto se traduce en un desplazamiento desde evaluaciones que miden reproducción de información hacia aquellas que requieren construcción original de conocimiento. Las actividades evaluativas más efectivas son aquellas que proporcionan a todos los estudiantes acceso a los mismos recursos (incluidas herramientas computacionales, bases de datos y literatura relevante), pero que requieren la utilización de estos recursos para abordar problemas únicos, contextualmente específicos e interpretativamente complejos.

Por ejemplo, en lugar de examinar la capacidad de aplicar métodos específicos de solución de ecuaciones diferenciales en problemas estandarizados, las evalua-

ciones contemporáneas pueden requerir que los estudiantes desarrollen modelos matemáticos originales para situaciones particulares de sus contextos profesionales o personales, implementen estos modelos usando herramientas apropiadas, interpreten resultados en términos contextualmente significativos y reflexionen de forma crítica sobre limitaciones y extensiones posibles de sus aproximaciones.

6.4.2 Evaluación auténtica y transferencia de competencias

El desarrollo de aproximaciones evaluativas que sean tanto rigurosas como resistentes a la deshonestidad académica precisa de un enfoque en evaluación auténtica que mida competencias que los estudiantes necesitarán en contextos reales donde aplicarán el conocimiento matemático.

Las evaluaciones basadas en proyectos que requieren desarrollo sostenido de investigaciones matemáticas originales proporcionan oportunidades para la demostración holística de comprensión mientras minimizan incentivos para deshonestidad académica. Estos proyectos, cuando se diseñan efectivamente, requieren síntesis de múltiples competencias (técnicas, conceptuales, comunicativas y aplicativas) de maneras que serían difíciles de falsificar sin comprensión auténtica.

La implementación de portafolios de desarrollo que documentan la evolución de la comprensión estudiantil a lo largo del tiempo proporciona evidencia rica de aprendizaje auténtico que sería extremadamente difícil de fabricar. Estos portafolios incluyen reflexiones metacognitivas, documentación de procesos de resolución de problemas, evidencia de revisión y refinamiento de ideas, así como conexiones entre diferentes contextos de aplicación (ver figura 35).

La investigación de Jia y He (2022) sobre sistemas inteligentes de supervisión en línea ofrece una perspectiva sobre enfoques tecnológicos para abordar estos desafíos. Su sistema IOPS adopta reconocimiento facial en tiempo real y detección de voz; además, reportaron que todos los estudiantes se concentraron en el examen, no apagaron la cámara ni hablaron.. Sin embargo, aunque técnicamente sofisticado, este enfoque centrado en la supervisión puede pasar por alto oportunidades para abordar las causas más profundas de la deshonestidad académica.

Figura 35. Representación del equilibrio entre evaluación académica, recursos digitales y procesos colaborativos en la educación matemática virtual



Fuente: Open AI (2026).

6.4.3 Diseño de evaluaciones resistentes a la deshonestidad

El diseño de evaluaciones que desalientan la deshonestidad académica de forma natural mientras facilitan la demostración auténtica de competencias requiere la aplicación creativa de principios pedagógicos sólidos combinados con comprensión sofisticada de cómo las herramientas digitales pueden apoyar en lugar de socavar la integridad académica.

Sobre esto, una estrategia muy efectiva ha sido el desarrollo de bancos de problemas contextualizados donde cada estudiante recibe variaciones únicas de problemas similares en esencia. Tales variaciones no se reducen a simples cambios numéricos superficiales, sino que son modificaciones contextuales que requieren adaptación genuina de estrategias de resolución. Por ejemplo, mientras que todos los estudiantes pueden trabajar con modelos de crecimiento poblacional, algunos analizan dinámicas bacterianas, otros investigan crecimiento económico y otros exploran propagación de información en redes sociales.

La implementación de evaluaciones colaborativas estructuradas reconoce que gran parte de la deshonestidad académica emerge del aislamiento y la ansiedad estudiantil. Por eso, cuando se crean oportunidades legítimas para la colaboración en marcos que requieren contribuciones individuales identificables, los estudiantes pueden beneficiarse del intercambio intelectual mientras mantienen responsabilidad individual.

Las evaluaciones de proceso distribuidas, que requieren múltiples entregas a lo largo del tiempo acompañadas de retroalimentación y refinamiento iterativo, hacen que sea extremadamente difícil completar el trabajo sin una comprensión auténtica. Además, este tipo de evaluación facilita un aprendizaje más profundo al ofrecer oportunidades para la reflexión, la revisión y la mejora continua.

6.4.4 Tecnología como facilitadora de integridad

Paradójicamente, las mismas tecnologías que crean nuevas oportunidades para la deshonestidad académica también pueden utilizarse para facilitar formas más auténticas de evaluación que promueven naturalmente la integridad académica.

Por ejemplo, las herramientas de análisis de similitud pueden identificar no solo plagio textual, sino también patrones problemáticos en razonamiento matemático o aproximaciones de resolución de problemas. Sin embargo, estas herramientas son más valiosas cuando se utilizan formativamente para ayudar a estudiantes a desarrollar prácticas de citación apropiadas y originalidad de pensamiento en lugar de punitivamente para detectar violaciones.

Los sistemas de documentación del proceso que registran cómo los estudiantes abordan problemas complejos ofrecen información valiosa sobre la comprensión auténtica al tiempo que hacen extremadamente difícil la fabricación de evidencia de trabajo original. Estos sistemas pueden incluir grabaciones de pantalla, análisis de patrones de navegación y documentación de las secuencias de decisiones tomadas por el estudiante.

Entretanto, la inteligencia artificial evaluativa puede analizar patrones en respuestas estudiantiles que sugieren comprensión auténtica versus reproducción mecánica de información. Sin embargo, la implementación efectiva de estas herramientas requiere una sofisticación pedagógica considerable para asegurar que promuevan en lugar de obstaculizar el aprendizaje genuino.

6.5 Desarrollo profesional docente en contextos virtuales

El desarrollo profesional docente para la educación matemática virtual representa uno de los desafíos más críticos y transformadores que enfrentamos como comunidad educativa. Este desafío trasciende la simple capacitación en herramientas tecnológicas y, en cambio, aborda cuestiones fundamentales sobre identidad profesional, competencias pedagógicas y sostenibilidad de la innovación educativa en contextos de cambio acelerado.

La experiencia de procesos de transformación educativa ha revelado que el desarrollo profesional más efectivo no ocurre a través de talleres aislados sobre herramientas específicas, sino a través de procesos sostenidos de reflexión crítica, experimentación colaborativa y construcción colectiva de conocimiento pedagógico que puede adaptarse a contextos diversos y evolucionar con desarrollos tecnológicos emergentes.

6.5.1 Reconceptualizando la identidad docente en la era digital

El desarrollo profesional efectivo para la educación matemática virtual requiere comenzar con una reconceptualización fundamental de qué significa ser educador en contextos donde la mediación tecnológica transforma no solo las herramientas disponibles, sino también la naturaleza misma de las interacciones educativas.

Esta reconceptualización ha sido particularmente evidente en procesos de transformación curricular: los educadores que abrazan con más éxito las innovaciones pedagógicas digitales son, con frecuencia, aquellos que comprenden que su rol evoluciona desde “entregadores de contenido” hacia “facilitadores de construcción de conocimiento”; desde “evaluadores de respuestas correctas” hacia “mediadores de desarrollo de competencias” y desde “expertos aislados” hacia “miembros de comunidades de práctica colaborativas”.

Cabe resaltar que esta evolución de la identidad profesional no es meramente cosmética; implica el desarrollo de nuevas competencias, la adopción de nuevas perspectivas sobre el aprendizaje y la enseñanza y, con frecuencia, el desaprendizaje de prácticas que pudieron haber sido efectivas en contextos tradicionales, pero que resultan limitantes o inadecuadas en entornos virtuales.

Para adquirir competencias en facilitación virtual es necesaria una comprensión sofisticada respecto a cómo crear presencia pedagógica a través de mediación tecno-

lógica, cómo estructurar interacciones que faciliten construcción colaborativa de conocimiento y cómo proporcionar retroalimentación que sea tanto constructiva como accesible en formatos digitales.

Por otro lado, la competencia para diseñar experiencias de aprendizaje integradas implica la capacidad de secuenciar actividades que aprovechen de forma intencionada las posibilidades específicas que ofrecen las herramientas digitales sin perder de vista la coherencia pedagógica y una progresión conceptual adecuada. Lo anterior exige tanto una comprensión sólida de los principios pedagógicos como un conocimiento claro de las capacidades y limitaciones de las tecnologías empleadas.

6.5.2 Modelos de desarrollo profesional colaborativo

La implementación efectiva de desarrollo profesional para educación matemática virtual requiere modelos que reconozcan que los educadores más efectivos aprenden mejor a través de participación en comunidades de práctica donde pueden experimentar, reflexionar y refinar aproximaciones pedagógicas en colaboración con colegas que enfrentan desafíos similares (ver figura 36).

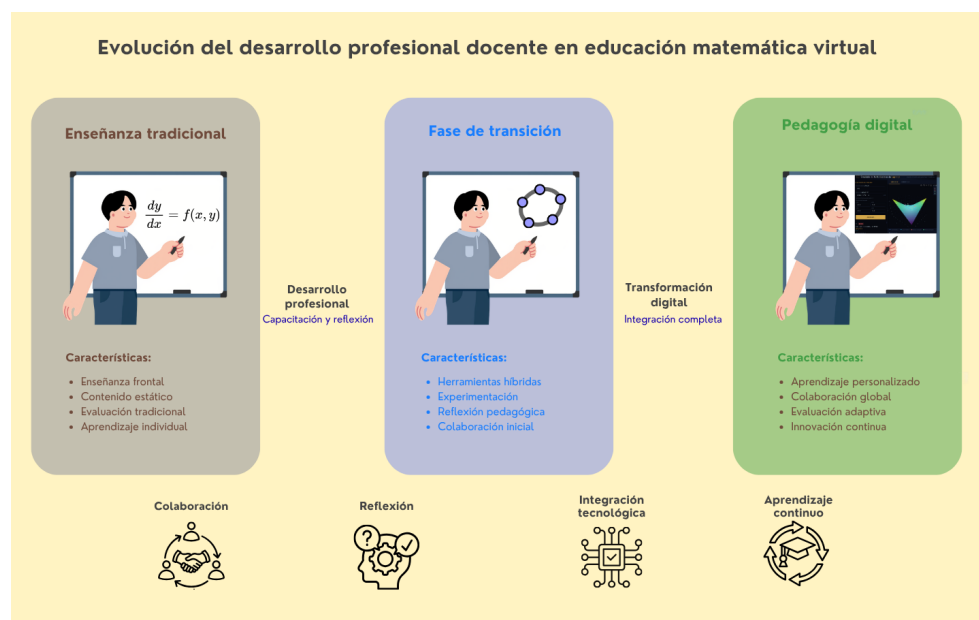
Los grupos de investigación-acción pedagógica han demostrado ser muy efectivos para facilitar el desarrollo profesional sostenido. Estos grupos reúnen educadores que implementan innovaciones similares, documentan sus experiencias, analizan evidencia de efectividad y refinan aproximaciones basándose tanto en evidencia empírica como en la reflexión crítica colectiva.

En la experiencia de coordinación de estos procesos, los grupos más exitosos son aquellos que combinan experimentación práctica con lectura y discusión de literatura pedagógica relevante para crear un diálogo productivo entre teoría y práctica que informa tanto del desarrollo conceptual como del mejoramiento de implementación.

Las comunidades de práctica virtuales pueden proporcionar oportunidades para colaboración que trascienden limitaciones geográficas y temporales, lo que permite que educadores con intereses y desafíos similares colaboren independientemente de su ubicación física. Sin embargo, la construcción de estas comunidades requiere facilitación intencional y estructuras que promuevan intercambio sustantivo en lugar de interacción superficial.

La investigación de Atuahene y (XuSheng) 2024) sobre el impacto del liderazgo digital y las barreras para la adopción del *e-learning* ofrece una comprensión esclarecedora de los factores que favorecen o dificultan el desarrollo profesional efectivo. Su estudio identificó una relación negativa entre el liderazgo digital y las barreras internas y externas percibidas por los docentes, y confirmó que el liderazgo digital influye de forma positiva en el uso de libros de texto electrónicos y en la participación en experiencias de aprendizaje basadas en la web.

Figura 36. Evolución del desarrollo profesional docente en educación matemática virtual: desde enfoques tradicionales hasta modelos de pedagogía digital centrados en la integración tecnológica, la reflexión pedagógica y el aprendizaje continuo



Fuente: elaboración propia.

6.5.3 Desarrollo de competencias tecnopedagógicas específicas

El desarrollo profesional efectivo para educación matemática virtual requiere un enfoque específico en competencias que integran conocimiento pedagógico sólido con una comprensión sofisticada de cómo las tecnologías pueden facilitar objetivos educativos específicos.

La competencia para la selección y adaptación de herramientas implica la capacidad de evaluar el potencial pedagógico de diversas tecnologías, identificar cuándo y cómo ciertas herramientas pueden facilitar objetivos de aprendizaje específicos, y adaptar o personalizar su uso según las particularidades del contexto educativo. Esta competencia requiere tanto una comprensión sólida de principios pedagógicos como un conocimiento técnico básico sobre el funcionamiento y las posibilidades que ofrecen diferentes recursos digitales.

La competencia para el diseño de evaluación auténtica en entornos virtuales requiere un entendimiento de cómo crear experiencias evaluativas que puedan capturar evidencia rica de comprensión estudiantil mientras se aprovechan las capacidades únicas de las herramientas digitales para documentación, análisis y retroalimentación.

La competencia para la facilitación de comunidades de aprendizaje virtual involucra habilidades específicas para crear y mantener espacios donde estudiantes diversos pueden colaborar efectivamente, construir conocimiento de forma colectiva y desarrollar competencias tanto individuales como colaborativas.

6.5.4 Sostenibilidad e institucionalización de innovaciones

Un aspecto crítico del desarrollo profesional docente que frecuentemente se pasa por alto es la necesidad de gestar capacidades no solo para la implementación individual de innovaciones, sino también para su sostenibilidad e institucionalización a través de sistemas educativos más amplios.

La competencia para el liderazgo de cambio educativo involucra habilidades para comunicar visiones transformadoras, facilitar la adopción colaborativa de innovaciones y crear sistemas de apoyo que permitan que mejoras educativas se mantengan y evolucionen a lo largo del tiempo. Esto requiere un equilibrio delicado entre convocar la innovación necesaria y reconocer las realidades institucionales que pueden facilitar u obstaculizar un cambio sostenible.

Entretanto, la competencia para documentación y disseminación de prácticas efectivas incluye habilidades para capturar evidencia de efectividad pedagógica, comunicar hallazgos a audiencias diversas, así como contribuir al conocimiento colectivo de la comunidad educativa más amplia. Este proceso de documentación ha sido fundamental en muchas experiencias de transformación, no como ejercicio de au-

topromoción, sino como responsabilidad profesional de contribuir al diálogo más amplio sobre educación matemática virtual.

6.5.5 Creación de culturas institucionales de innovación

El desarrollo profesional más efectivo ocurre dentro de culturas institucionales que valoran la experimentación, apoyan el riesgo calculado y proporcionan recursos para la implementación sostenida de innovaciones. La creación de estas culturas requiere un liderazgo institucional informado y comprometido que comprenda tanto el potencial transformador como los desafíos genuinos de la innovación educativa.

Es de resaltar que los sistemas de apoyo institucional más efectivos proporcionan no solo recursos técnicos, sino también tiempo protegido para experimentación, oportunidades para colaboración y reconocimiento para innovación pedagógica. Estos sistemas reconocen que el desarrollo profesional genuino requiere inversión sostenida en lugar de intervenciones puntuales.

Las políticas de evaluación docente que reconocen y valoran la innovación pedagógica, la experimentación educativa y la contribución al conocimiento colectivo pueden crear incentivos importantes para el desarrollo profesional continuo. Sin embargo, estas políticas deben balancear el reconocimiento de la innovación con el mantenimiento de estándares académicos apropiados.

Los procesos de transformación educativa más exitosos ocurren en instituciones que comprenden que el desarrollo profesional docente no es un costo sino una inversión que puede generar beneficios sustanciales y sostenidos para estudiantes, educadores y, por lo tanto, a la misma institución. Además, esta perspectiva requiere un liderazgo que esté dispuesto a invertir en procesos de desarrollo a largo plazo y que comprenda que los resultados más significativos pueden necesitar un tiempo considerable para manifestarse por completo.

La síntesis de estos desafíos y soluciones muestra que la educación matemática virtual efectiva requiere aproximaciones sistemáticas que aborden a la vez dimensiones técnicas, pedagógicas, sociales e institucionales. Los desafíos más significativos que enfrentamos no son meramente problemas que necesitan solución; son, sobre todo, oportunidades para reimaginar fundamentalmente qué es posible en educación matemática cuando combinamos visión transformadora con implementación reflexiva y sostenida.

La experiencia documentada a lo largo de este libro sugiere que estamos en un momento de transición histórica donde las posibilidades para la innovación educativa significativa son extraordinariamente prometedoras, pero donde la realización de este potencial requiere compromiso sostenido con el desarrollo profesional, la experimentación colaborativa y la adaptación responsable a contextos diversos y necesidades estudiantiles cambiantes.

Es en esta intersección entre desafío y oportunidad donde encontramos tanto la responsabilidad como el privilegio de nuestro momento como educadores: contribuir a la transformación de uno de los dominios fundamentales del conocimiento humano de maneras que puedan democratizar el acceso a la competencia matemática mientras expandimos nuestras concepciones acerca de lo que constituye la excelencia educativa en el siglo XXI.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después de más de tres años trasegando el océano de la educación virtual en ecuaciones diferenciales, de documentar transformaciones, de experimentar con tecnologías emergentes y de acompañar a cientos de estudiantes en sus procesos de aprendizaje matemático mediado por pantallas, llego a este momento de síntesis con una convicción profunda: hemos sido testigos de algo mucho más significativo que una simple adaptación tecnológica. Hemos participado en una revolución silenciosa pero fundamental respecto a cómo los seres humanos pueden relacionarse con el conocimiento matemático más abstracto y, quizás más importante, en cómo podemos honrar tanto la elegancia intelectual de las matemáticas como la dignidad y respeto que merece cada estudiante que llega a nuestras aulas virtuales con sus propias historias, vulnerabilidades y aspiraciones.

Este libro nació de una inquietud que me ha acompañado durante años: la sensación persistente de que, como tertuliaba con un colega de quien guardo un grato recuerdo, “seguimos enseñando matemáticas del siglo XIX, con profesores del siglo XX, para estudiantes del siglo XXI”. Esta paradoja temporal no es meramente anecdótica, sino que captura una tensión fundamental que define gran parte de nuestra experiencia educativa contemporánea: mientras nuestros estudiantes navegan un mundo donde la inteligencia artificial resuelve ecuaciones diferenciales en milisegundos, donde las simulaciones computacionales modelan sistemas complejos en tiempo real, y en el que la colaboración global es la norma más que la excepción, nuestras prácticas educativas permanecen frecuentemente ancladas en paradigmas que fueron diseñados para una era completamente diferente.

Pero lo que hemos descubierto a través de la experiencia documentada en estas páginas es que la solución no reside en una huida tecnológica hacia ade-



lante ni en un refugio nostálgico en métodos tradicionales. La respuesta emerge, más bien, de lo que hemos llegado a comprender, de cómo una forma de sabiduría educativa integra lo mejor de múltiples tradiciones pedagógicas con lo más prometedor de las innovaciones tecnológicas, siempre al servicio de algo que trasciende tanto la tradición como la innovación.

La transformación silenciosa: de la simulación a la comprensión

Cuando comencé a escribir este libro, pensaba que estaba documentando principalmente una transformación tecnológica. La evidencia histórica que examinamos en el primer capítulo parecía confirmar esta perspectiva: desde los pioneros experimentos de Bold y Tan (1985) hasta los ecosistemas de inteligencia artificial adaptativa del 2025, cada era había traído herramientas más sofisticadas, interfaces más intuitivas y capacidades computacionales más poderosas.

Sin embargo, a medida que profundizaba en la investigación y reflexionaba sobre mi propia experiencia como educador, comencé a comprender que la verdadera transformación era mucho más profunda y sutil. No se trataba simplemente de reemplazar pizarrones con simulaciones computacionales o ejercicios en papel con interfaces digitales; en cambio, se trataba de una reconceptualización fundamental de qué significa aprender y enseñar matemáticas en una era donde las fronteras entre lo físico y lo digital, lo individual y lo colaborativo, lo local y lo global se difuminan constantemente.

Esta comprensión se cristalizó durante los meses más intensos de la pandemia, cuando la educación virtual dejó de ser una opción experimental para convertirse en una necesidad existencial. Fue entonces cuando me di cuenta de que los estudiantes que más prosperaban en estos entornos no eran necesariamente aquellos con mayor competencia tecnológica, sino aquellos que lograban desarrollar nuevas formas de relación con el conocimiento matemático: más exploratoria que memorística, más colaborativa que competitiva, más interpretativa que algorítmica.

Esta observación me llevó a una pregunta que se convirtió en el hilo conductor de toda esta investigación: ¿qué hace que algunos estudiantes no solo sobrevivan, sino que florezcan en entornos de aprendizaje matemático virtual, mientras que otros se pierden o se desconectan a pesar de tener acceso a las mismas herramientas y recursos?

El constructivismo virtual adaptado: redescubriendo la construcción de conocimiento

La respuesta a la pregunta anterior me condujo hacia lo que hemos conceptualizado como constructivismo virtual adaptado: no simplemente una adaptación del constructivismo pedagógico tradicional a medios digitales, sino una forma cualitativamente nueva de comprender cómo los seres humanos construyen comprensión matemática cuando esta construcción está mediada por tecnologías que trascienden las limitaciones espaciotemporales de entornos tradicionales.

El constructivismo virtual adaptado que emergió de nuestra experiencia se caracteriza por varias dimensiones que lo distinguen fundamentalmente de sus antecedentes presenciales. Primero, la construcción de conocimiento ocurre en espacios que no están limitados por la geografía o el calendario: un estudiante en una región rural puede colaborar en tiempo real con compañeros urbanos para explorar el comportamiento de sistemas dinámicos complejos utilizando herramientas de visualización a las que sería imposible acceder en un aula tradicional. Segundo, las representaciones múltiples y dinámicas disponibles en entornos virtuales permiten formas de exploración conceptual que facilitan tipos de comprensión que van más allá de lo que es posible a través de manipulación simbólica pura.

Pero quizás lo más significativo es que el constructivismo virtual adaptado democratiza el acceso a experiencias de descubrimiento matemático que tradicionalmente habían sido privilegio de unos pocos. Un estudiante puede ahora manipular parámetros en una ecuación diferencial y observar de forma instantánea cómo estos cambios afectan el comportamiento de un sistema dinámico, lo que le permite desarrollar una intuición sobre conceptos como estabilidad, bifurcaciones y comportamiento asintótico a través de exploración directa en lugar de memorización de definiciones abstractas.

Esta democratización del descubrimiento matemático no es meramente una cuestión de acceso a herramientas, sino algo más profundo: la posibilidad de que cada estudiante pueda experimentar las matemáticas no como un conjunto de reglas impuestas desde lo externo, sino como un lenguaje poderoso para comprender y modificar el mundo que los rodea.

La teoría de Duval en acción: registros de representación cobrando vida

Uno de los descubrimientos más trascendentales de nuestro trabajo ha sido comprobar cómo la teoría de registros de representación semiótica de Raymond Duval adquiere nueva relevancia y potencia en entornos virtuales. Durante años, había integrado esta teoría como un marco conceptual valioso, pero relativamente abstracto. Fue solo cuando comenzamos a implementar sistemáticamente actividades que requerían conversión fluida entre registros algebraicos, gráficos, tabulares y de lenguaje natural que comprendí verdaderamente la profundidad de las ideas de Duval (ver figura 25).

En entornos virtuales, la movilización entre registros de representación no es solo un ejercicio pedagógico, sino una necesidad práctica. Cuando un estudiante trabaja con Google Colab para modelar el crecimiento bacteriano debe moverse constantemente entre traducir la descripción verbal del fenómeno, la formulación algebraica de la ecuación diferencial, la representación gráfica de la solución y la interpretación numérica de los resultados. Esta traducción constante no es solo un añadido pedagógico, sino que refleja cómo los profesionales realmente utilizan matemáticas en contextos reales.

La experiencia de implementar estas actividades me recordó algo que no había captado completamente antes de la teoría de Duval: la comprensión matemática auténtica no reside en ningún registro individual, sino en la capacidad de moverse con fluidez entre registros, de ver cómo cada uno ilumina aspectos diferentes del mismo fenómeno matemático y de utilizar esta multiplicidad de perspectivas para desarrollar una comprensión más rica y flexible.

Esta comprensión transformó completamente mi aproximación al diseño de actividades, pues en lugar de secuencias lineales que abordaban cada registro por separado, comenzamos a crear experiencias integradas donde los estudiantes trabajaban de forma simultánea con múltiples representaciones a partir de las cuales desarrollaban competencias no solo para manipular cada registro a nivel individual, sino para establecer conexiones significativas entre ellos.

De lo algorítmico a lo interpretativo: el caso de Google Colab

Quizás ninguna transformación documenta mejor la evolución de nuestro enfoque pedagógico que la transición sistemática hacia el uso de Google Colab como herramienta central para el análisis de ecuaciones diferenciales. No se trató de una decisión exclusivamente tecnológica, sino profundamente filosófica: representó una reconceptualización crucial respecto a qué competencias matemáticas son más valiosas en la formación contemporánea.

Durante años, había estructurado mis cursos alrededor del desarrollo de competencias para métodos analíticos tradicionales: separación de variables, coeficientes indeterminados, transformada de Laplace, series de potencias. Estos métodos tienen valor indudable y elegancia matemática innegable. Sin embargo, la experiencia me enseñó gradualmente que los estudiantes que dominaban estas técnicas no necesariamente desarrollaban capacidades para modelar situaciones reales, interpretar resultados en contextos significativos o transferir comprensión matemática a nuevos dominios.

La transición hacia Google Colab surgió inicialmente de necesidades prácticas: queríamos que los estudiantes pudieran verificar sus soluciones analíticas, explorar comportamientos que serían difíciles de analizar simbólicamente y trabajar con datos reales que dieran veracidad a los problemas abordados. Pero lo que descubrimos fue algo mucho más significativo: cuando los estudiantes trabajan directamente con implementaciones computacionales, desarrollan tipos de comprensión conceptual que van más allá de lo que es posible a través de manipulación simbólica pura.

Un estudiante que programa la solución numérica de una ecuación diferencial que modela propagación de enfermedades no solo aprende sobre métodos numéricos, sino que desarrolla comprensión auténtica sobre cómo parámetros matemáticos abstractos se traducen en consecuencias concretas para sistemas reales. Esta comprensión es transferible de maneras que la memorización de procedimientos algorítmicos raramente logra.

La comunidad como constructo pedagógico

Una de las dimensiones más gratificantes de nuestro trabajo ha sido recordar que la educación matemática virtual, cuando se diseña con intención, puede facilitar

formas de comunidad intelectual que son diferentes y, en muchos aspectos, más ricas que las que emergen espontáneamente en aulas tradicionales (ver figura 32).

Esta comprensión apareció poco a poco al observar cómo ciertos estudiantes que en contextos presenciales habían permanecido relativamente callados comenzaban a participar de forma activa en discusiones asíncronas, a compartir aportes significativos en los foros y a colaborar en proyectos que superaban las limitaciones temporales de los encuentros síncronos. Me di cuenta de que la ausencia de presión social inmediata, combinada con tiempo para la reflexión y el procesamiento personal abría espacio a formas de participación que muchos estudiantes no habían tenido la posibilidad de explorar antes.

Pero construir estas comunidades requiere diseño intencional y facilitación activa. Las comunidades virtuales de aprendizaje matemático más exitosas que hemos observado comparten varias características: expectativas claras sobre participación constructiva, estructuras que facilitan la colaboración genuina en lugar de un simple intercambio de información, además de reconocimiento explícito de que cada miembro de la comunidad trae perspectivas y experiencias valiosas que pueden enriquecer el aprendizaje colectivo.

Una de las prácticas más efectivas que hemos desarrollado es lo que llamamos “investigaciones colaborativas distribuidas”, donde pequeños grupos de estudiantes investigan aplicaciones específicas de ecuaciones diferenciales en sus campos de interés profesional, documentan sus descubrimientos y comparten recursos con toda la comunidad. Estos proyectos facilitan múltiples tipos de aprendizaje: individual (cada estudiante debe dominar conceptos técnicos), social (el proyecto requiere colaboración efectiva) y comunitario (los productos se comparten para beneficio colectivo).

Lo que más me ha impresionado de estas experiencias es cómo los estudiantes desarrollan no solo competencias matemáticas, sino también habilidades para la colaboración intelectual, la comunicación de ideas complejas y la construcción colectiva de conocimiento que serán esenciales en sus trayectorias profesionales futuras.

Los desafíos persistentes: cuando la tecnología no es suficiente

Sin embargo, sería ingenuo presentar esta transformación como un camino sin obstáculos. Los desafíos que hemos enfrentado —documentados en el capítulo 6— han

sido tanto instruccionales como profundamente humanos; además, han requerido respuestas que van mucho más allá de soluciones técnicas.

La desmotivación estudiantil en entornos virtuales es quizás el desafío más complejo que hemos enfrentado. A diferencia de la desmotivación en contextos presenciales, que frecuentemente se manifiesta a través de señales visibles como ausencias o distracción, la desmotivación virtual puede ser casi invisible: estudiantes que se conectan, pero no se involucran, que completan tareas, pero no construyen comprensión; que navegan plataformas, pero no desarrollan competencia matemática auténtica (ver figura 34).

El abordaje de este desafío nos ha enseñado que la motivación en matemáticas virtuales no puede ser “aplicada” externamente a través de elementos gamificados superficiales o incentivos artificiales; debe emerger de conexiones auténticas entre contenido matemático, experiencias estudiantiles y aspiraciones personales/profesionales. Los estudiantes se motivan a un nivel más profundo cuando experimentan las matemáticas no como un conjunto de reglas externas que deben memorizar, sino como herramientas poderosas que pueden utilizar para abordar problemas que consideran significativos.

Las brechas digitales han presentado otro conjunto de desafíos que han requerido reconceptualizar completamente nuestras aproximaciones a equidad e inclusión. Inicialmente, pensaba que la brecha digital era sobre todo una cuestión de acceso a dispositivos y conectividad; sin embargo, la experiencia nos ha mostrado que es mucho más compleja: incluye diferencias en competencia digital, disponibilidad de espacios apropiados para estudio, tiempo ininterrumpido para aprendizaje y redes de apoyo familiar o comunitario que faciliten el éxito académico.

La evaluación auténtica: más allá de la verificación de respuestas

Desde una óptica personal, uno de los cambios más significativos en nuestra práctica docente ha sido la transformación de cómo concebimos e implementamos la evaluación en contextos virtuales. La transición desde modelos centrados en verificación de respuestas correctas hacia enfoques que priorizan la construcción de significado no ha sido simplemente un ajuste metodológico, sino una reconceptualización fundamental de qué constituye evidencia de aprendizaje auténtico (ver figura 29).

En principio, esta transformación surgió de necesidades prácticas: los métodos de evaluación tradicionales que dependían de verificación de manipulaciones algebraicas rutinarias se volvieron problemáticos en entornos donde los estudiantes tenían acceso a herramientas computacionales poderosas. Pero lo que descubrimos fue que esta limitación aparente era en realidad una oportunidad para desarrollar formas de evaluación que capturen competencias más valiosas y transferibles.

Las evaluaciones más efectivas que hemos desarrollado requieren que los estudiantes no solo resuelvan ecuaciones, sino que interpreten el significado de sus soluciones en contextos específicos; que no solo apliquen métodos, sino que justifiquen por qué ciertos enfoques son apropiados para problemas particulares, y que no solo produzcan respuestas correctas, sino que comuniquen sus procesos de razonamiento de maneras que demuestren comprensión conceptual profunda.

Esta aproximación ha demandado el desarrollo de rúbricas que valoren evidencia de pensamiento matemático, capacidades de modelado, interpretación contextualizada y transferencia de conceptos independientemente de los medios específicos utilizados para generar esta evidencia. Ha requerido también crear oportunidades para la evaluación basada en procesos, que puede documentar cómo los estudiantes abordan problemas complejos, no solo si llegan a respuestas correctas.

El rol de educador transformador

Quizás el cambio más personal y significativo documentado en este libro ha sido mi propia transformación como educador. Cuando comencé mi carrera, mi identidad profesional estaba fundamentalmente centrada en ser un experto en contenido matemático que transmitía conocimiento a estudiantes que lo recibían pasivamente. Esta concepción del rol docente funcionó de forma razonable en contextos tradicionales, pero se volvió inadecuada e incluso contraproducente en entornos virtuales (ver figura 36).

La educación virtual me obligó a reconceptualizar mi rol desde “entregador de contenido” hacia “facilitador de construcción de conocimiento”; desde “evaluador de respuestas correctas” hacia “mediador de desarrollo de competencias” y desde “experto aislado” hacia “miembro de una comunidad de práctica colaborativa”. Esta transformación no fue meramente funcional, sino profundamente identitaria.

Aprender a facilitar el aprendizaje en entornos virtuales requirió desarrollar competencias completamente nuevas: cómo crear presencia pedagógica a través de mediación tecnológica, cómo estructurar interacciones que faciliten construcción colaborativa de conocimiento y cómo proporcionar retroalimentación que sea constructiva y accesible en formatos digitales. Demandó también desarrollar lo que he llamado inteligencia pedagógica digital: la capacidad de tomar decisiones informadas sobre cuándo, cómo y por qué utilizar herramientas digitales específicas para facilitar objetivos de aprendizaje particulares.

Pero quizás lo más importante, esta transformación requirió perfeccionar una nueva forma de humildad pedagógica: el reconocimiento de que en entornos donde estudiantes y educadores están aprendiendo constantemente sobre nuevas herramientas y posibilidades, todos somos en cierto sentido aprendices. Esta humildad no disminuye la autoridad pedagógica, sino que la redefine: en lugar de autoridad basada en conocimiento superior, se convierte en autoridad basada en experiencia para facilitar el aprendizaje y la comprensión profunda de cómo crear condiciones donde otros pueden prosperar.

La integración reflexiva: un marco para la innovación responsable

A través de años de experimentación, reflexión y adaptación continua, hemos comprendido que la innovación más efectiva en educación matemática virtual no surge de la adopción irreflexiva de tecnologías emergentes, sino de lo que hemos conceptualizado como integración reflexiva, esto es, una aproximación que combina ambición transformadora con implementación práctica responsable, visión global con adaptación local sensible e innovación técnica con sabiduría pedagógica profunda.

Como vimos en el **marco de integración reflexiva** (ver figura 13), este se fundamenta en cuatro principios que han emergido de nuestra experiencia y que considero esenciales para cualquier innovación educativa sostenible:

Coherencia pedagógica. Las tecnologías deben integrarse para amplificar principios pedagógicos probados en lugar de impresionar con sofisticación técnica. Cada herramienta, cada actividad, cada innovación debe tener una justificación pedagógica clara y debe contribuir a objetivos de aprendizaje fundamentales. Esto requiere resistir la tentación de adoptar tecnologías simplemente porque están disponibles

o porque parecen innovadoras y, en su lugar, mantener el foco en cómo cada elemento contribuye al aprendizaje estudiantil auténtico.

Progresión adaptativa. La implementación debe proceder en etapas que incentiven el desarrollo de capacidades, la evaluación de efectividad y la adaptación a contextos específicos. Esto significa reconocer que la transformación educativa efectiva es un proceso gradual que requiere tiempo para que tanto educadores como estudiantes generen competencias necesarias, para que instituciones adapten sistemas de apoyo y para que comunidades construyan culturas que valoren la innovación responsable.

Inclusividad intencional. El diseño debe anticipar y acomodar la diversidad estudiantil desde el inicio, no como adaptación posterior. Esto demanda el reconocimiento de que los estudiantes llegan con diferentes recursos, competencias, experiencias y necesidades, y que la innovación educativa verdaderamente transformadora debe ser accesible y beneficiosa para todos, no solo para aquellos que ya tienen privilegios o ventajas.

Evaluación holística. La efectividad debe evaluarse no solo en términos de logro académico inmediato, sino también en desarrollo de capacidades transferibles, mantenimiento de motivación a largo plazo y preparación para el aprendizaje continuo. Esto requiere métricas más sofisticadas que puntajes de exámenes tradicionales y reconocimiento de que el impacto educativo más significativo frecuentemente se manifiesta en escalas temporales más largas.

Perspectivas de futuro: hacia ecosistemas de aprendizaje adaptativos

Mientras escribo estas conclusiones, soy consciente de que estamos solo en las primeras etapas de una transformación que probablemente se extenderá durante décadas. Las tendencias emergentes que hemos identificado —inteligencia artificial adaptativa, realidad virtual inmersiva, análisis de aprendizaje en tiempo real, colaboración global sin fricciones— sugieren que nos aproximamos a ecosistemas de aprendizaje adaptativos que serán cualitativamente diferentes de cualquier cosa que hayamos experimentado con anterioridad.

Estos ecosistemas prometen experiencias de aprendizaje que son simultáneamente más personalizadas y colaborativas, más eficientes y significativas, más acce-

sibles y rigurosas. Sin embargo, la realización de este potencial requerirá mucho más que innovación tecnológica: demandará desarrollo sistemático de sabiduría humana para navegar las complejidades éticas, sociales y pedagógicas de sistemas educativos cada vez más sofisticados.

Sobre esto, una de las preocupaciones más profundas es que la fascinación con capacidades tecnológicas pueda llevarnos a perder de vista lo que es esencialmente humano en educación: la relación entre las personas, la construcción de significado a través de interacción social, así como el desarrollo de capacidades no solo cognitivas, sino también emocionales, sociales y éticas que definen una vida bien vivida.

Por eso, creo que el futuro más prometedor para la educación matemática virtual será aquel que utilice tecnologías avanzadas para crear más oportunidades orientadas a una conexión humana más auténtica, no menos. Tecnologías que faciliten una colaboración más fértil, una comunicación más efectiva y una comprensión más profunda tanto de conceptos matemáticos como de las personas con quienes compartimos el viaje de aprendizaje.

Recomendaciones fundamentales: principios para la acción

Basándonos en la evidencia acumulada y la reflexión profunda sobre años de experiencia, ofrecemos las siguientes recomendaciones para educadores, instituciones y creadores de política que buscan participar responsablemente en la transformación de la educación en matemática.

Para educadores: redefinir nuestra vocación

Para colegas educadores que navegan estas transformaciones en la actualidad, mi primera recomendación es abrazar la experimentación reflexiva como práctica profesional central. Esto significa desarrollar competencias no solo para implementar innovaciones, sino también para documentar experiencias, analizar evidencia de efectividad y adaptar aproximaciones con base en lo que realmente funciona para cada uno de sus estudiantes en sus contextos particulares.

Asimismo, desarrollen competencias de integración reflexiva que les permitan evaluar con una perspectiva crítica el potencial pedagógico de diversas herramientas digitales. Esto implica ir más allá de una competencia técnica básica para alcanzar una comprensión profunda de cómo distintas tecnologías pueden facilitar diferen-

tes formas de aprendizaje, cuándo su uso es pertinente y cuándo podría resultar contraproducente, y cómo adaptar herramientas generales a necesidades pedagógicas específicas.

Implementen gradualmente el ABT contextualizado, comenzando con tareas simples pero auténticas que conecten conceptos matemáticos con aplicaciones que sus estudiantes encuentren relevantes. La clave no es abandonar el rigor académico, sino encontrar formas de mantener estándares altos mientras facilitamos una educación en matemáticas más accesible y significativa para poblaciones estudiantiles diversas.

Inviertan intencionalmente en la construcción de comunidades de aprendizaje que trasciendan las limitaciones temporales y espaciales de educación tradicional. Esto requiere habilidades específicas para facilitar la colaboración virtual efectiva, crear espacios donde estudiantes diversos se sientan valorados e incluidos, así como establecer normas que promuevan un intercambio intelectual constructivo.

Además, mantengan el foco en el desarrollo humano integral a partir del reconocimiento de que su rol trasciende la mera transmisión de contenido matemático para materializar la facilitación del desarrollo de capacidades cognitivas, sociales, emocionales y éticas que sus estudiantes necesitarán para prosperar como personas y profesionales.

Para instituciones: liderazgo transformacional

Las instituciones educativas que buscan liderar esta transformación deben comenzar por crear culturas organizacionales que valoren innovación pedagógica responsable. Esto requiere un liderazgo que comprenda tanto el potencial transformador como los desafíos genuinos de la innovación educativa y que esté dispuesto a invertir recursos sostenidos en el desarrollo de capacidades humanas, no solo en adquisición de tecnologías.

Desarrollen sistemas de apoyo integrados que incluyan capacitación continua, comunidades de práctica, sistemas de mentoría, recursos técnicos accesibles, así como mecanismos de retroalimentación que faciliten el mejoramiento continuo. El apoyo más efectivo reconoce que la transformación educativa auténtica requiere tiempo, experimentación y tolerancia a la ambigüedad y al error como partes naturales del proceso de aprendizaje.

Implementen aproximaciones de diseño universal que anticipen y acomoden la diversidad estudiantil desde el inicio de cualquier innovación. Esto significa reconocer que los estudiantes llegan con diferentes recursos tecnológicos, competencias digitales, estilos de aprendizaje, responsabilidades familiares y contextos de vida que pueden afectar su capacidad para participar en experiencias educativas específicas.

Establezcan métricas de éxito que vayan más allá de indicadores tradicionales para incluir evidencia de desarrollo de competencias transferibles, satisfacción y bienestar estudiantil, preparación para el aprendizaje continuo y contribución al desarrollo de conocimiento pedagógico colectivo. Las instituciones más exitosas serán aquellas que comprendan que el impacto educativo más sustancial frecuentemente se manifiesta en escalas temporales más largas y de maneras que son difíciles de cuantificar a través de métricas simples.

Para creadores de política: infraestructura para el florecimiento

Los creadores de política que buscan facilitar transformación educativa positiva deben reconocer que la infraestructura más importante no es tecnológica sino humana: invertir sistemáticamente en el desarrollo de competencias pedagógicas que permitan a educadores utilizar tecnologías efectivamente al servicio de objetivos educativos fundamentales.

Apoyen la investigación longitudinal sobre la efectividad pedagógica de diferentes aproximaciones a la educación virtual, incluyendo estudios que examinen impactos a largo plazo, investigación comparativa que identifique factores críticos de éxito y análisis que informen decisiones de inversión basándose en evidencia sólida en lugar de tendencias temporales.

Faciliten la colaboración intersectorial entre instituciones educativas, desarrolladores de tecnología, organizaciones comunitarias y empleadores para crear ecosistemas de apoyo que puedan abordar desafíos complejos que trascienden capacidades de cualquier sector individual. Los desafíos más significativos en educación —equidad, accesibilidad, relevancia, sostenibilidad— requieren respuestas coordinadas que aprovechan fortalezas diversas.

Mantengan un compromiso inquebrantable con la equidad e inclusión, reconociendo que las tecnologías educativas pueden exacerbar disparidades existentes si no se implementan cuidadosamente. Las políticas más efectivas serán aquellas que

aseguren que innovaciones educativas sirvan para democratizar el acceso a oportunidades de aprendizaje de alta calidad, no para crear nuevas formas de estratificación.

La dimensión ética: educación como acto de esperanza

A medida que avanzamos hacia las reflexiones finales de este libro, somos más conscientes de que la educación matemática virtual, como toda innovación educativa significativa, es fundamentalmente un acto de esperanza: esperanza de que podemos crear condiciones donde más personas puedan desarrollar competencias matemáticas que enriquezcan sus vidas; esperanza de que podemos utilizar tecnologías poderosas al servicio de valores humanos fundamentales; esperanza de que podemos construir sistemas educativos que honren tanto la excelencia intelectual como la diversidad e inclusión.

Esta esperanza no es ingenua sino informada: basada en evidencia de que las transformaciones educativas positivas son posibles, documentada a través de experiencias de estudiantes reales cuyas vidas han sido enriquecidas por oportunidades de aprendizaje matemático auténtico y sostenida por una comunidad creciente de educadores que comparten un compromiso con la innovación responsable.

Pero esta esperanza también reconoce los riesgos genuinos asociados con una transformación tecnológica rápida: el riesgo de que la fascinación con capacidades técnicas nos lleve a perder de vista objetivos educativos fundamentales; el riesgo de que innovaciones bien intencionadas exacerbemos disparidades existentes; de que la eficiencia se convierta en un valor más importante que el florecimiento humano.

Navegar estos riesgos requiere lo que considero una forma de sabiduría educativa que integra competencia técnica con comprensión profunda de desarrollo humano, ambición innovadora con humildad sobre nuestras limitaciones y optimismo sobre posibilidades futuras con realismo sobre desafíos presentes.

Reflexión personal: lo que he aprendido del viaje

Mientras concluyo este libro, me doy cuenta de que el proceso de escribir ha sido en sí mismo una forma de educación que ha transformado mi comprensión no solo de

la educación matemática virtual sino de la educación en general, de la tecnología y de mi propio rol como educador y ser humano.

Una de las lecciones más trascendentales ha sido reconocer que la innovación educativa con verdadero impacto no nace del trabajo aislado, sino de comunidades de práctica que reúnen perspectivas diversas, trayectorias distintas y un compromiso compartido con el aprendizaje. Muchas de las ideas más valiosas que recoge este libro surgieron de conversaciones con colegas, de la observación atenta de los estudiantes, de la reflexión sobre fracasos tanto como sobre logros, y de la disposición honesta a cuestionar suposiciones que había sostenido durante años.

Otra lección crucial ha sido la comprensión de que la educación matemática efectiva, ya sea virtual o presencial, requiere equilibrio delicado entre múltiples dimensiones que pueden parecer tensionadas: rigor y accesibilidad, individualización y colaboración, innovación y tradición, eficiencia y profundidad, ambición global y sensibilidad local.

Quizás la lección más personal ha sido el reconocimiento de que nuestra identidad como educadores no puede separarse de nuestra identidad como aprendices continuos. En un mundo donde tecnologías, metodologías y necesidades estudiantiles evolucionan constantemente, la capacidad de aprender, desaprender y reaprender se ha convertido en competencia profesional central, no solo para estudiantes sino también para educadores.

Esta comprensión ha sido tanto aleccionadora como liberadora: aleccionadora porque me ha hecho reconocer los límites de cualquier conocimiento individual; liberadora porque ha abierto nuevas posibilidades de crecimiento y transformación continua que enriquecen tanto mi práctica profesional como mi vida personal.

La invitación final: educación como construcción colectiva

Al concluir estas reflexiones, quiero extender una invitación a todos los que participan en educación matemática —educadores, estudiantes, administradores, desarrolladores de tecnología, creadores de política, padres y miembros de comunidades más amplias— para que consideremos la educación no como un producto que se entrega, sino como un proceso que construimos de forma colectiva.

Esta perspectiva reconoce que cada aula, cada interacción educativa, cada decisión pedagógica contribuye a la construcción gradual de sistemas educativos que pueden facilitar un florecimiento humano más amplio. Reconoce también que ningún actor individual, ninguna institución individual, ninguna innovación individual es suficiente para crear transformación educativa sostenible: requiere coordinación, colaboración y compromiso sostenido de múltiples participantes trabajando hacia objetivos compartidos.

La educación matemática virtual documentada en este libro representa solo una parte de esta construcción colectiva más amplia. Pero es una parte que considero crucial porque las matemáticas proporcionan herramientas fundamentales para comprender y modificar el mundo y porque las competencias desarrolladas a través de aprendizaje matemático auténtico —pensamiento sistemático, resolución de problemas, comunicación precisa, colaboración efectiva— son esenciales para abordar desafíos complejos que definen nuestro momento histórico.

Mi esperanza es que este libro contribuya a conversaciones más amplias sobre cómo podemos utilizar innovaciones tecnológicas al servicio de valores educativos fundamentales, cómo podemos crear sistemas educativos que sean simultáneamente más equitativos y efectivos y cómo podemos preparar a nuestros estudiantes no solo para el éxito académico y profesional, sino también para la participación ciudadana constructiva en sociedades democráticas complejas.

Esta esperanza se fundamenta en evidencia acumulada de que las transformaciones educativas positivas son posibles cuando combinamos visión clara con implementación cuidadosa, cuando honramos tanto la tradición como la innovación y cuando mantenemos un compromiso inquebrantable con la dignidad y el potencial de cada estudiante que llega a nuestras aulas virtuales o físicas.

El futuro de la educación en matemáticas —y de la educación en general— no está predeterminado; será construido a través de decisiones que tomamos cada día: qué valores priorizamos, qué innovaciones adoptamos, cómo tratamos a nuestros estudiantes, cómo respondemos a desafíos y cómo aprovechamos oportunidades para crear condiciones donde más personas puedan prosperar.

Mi invitación final es a que cada lector considere cómo puede contribuir a esta construcción colectiva: qué experimentos pueden intentar en sus propios contextos, qué conversaciones pueden iniciar en sus comunidades, qué apoyo pueden proporcionar para una innovación responsable y cómo pueden participar en

la creación de sistemas educativos que reflejen nuestros valores más profundos y nuestras aspiraciones más nobles.

En esta participación activa y reflexiva en la construcción del futuro educativo más prometedor encontramos no solo una oportunidad profesional, sino también responsabilidad moral y posibilidad de contribuir a un florecimiento humano más amplio. Es una responsabilidad que se debe abrazar con humildad, pero también con determinación con el fin de reconocer que la educación, en su mejor expresión, es uno de los medios más poderosos que tenemos para crear un mundo más justo, más comprensivo y más esperanzador para todos.

Esta es la verdadera promesa de educación matemática virtual: no simplemente enseñar ecuaciones diferenciales de forma más eficiente, sino utilizar las herramientas más avanzadas de nuestra era para facilitar tipos de aprendizaje, conexión y desarrollo humano que honren tanto la elegancia intelectual de las matemáticas como la dignidad irreductible de cada persona que se embarca en el viaje de descubrimiento matemático. En esa síntesis entre excelencia técnica y florecimiento humano encontramos tanto nuestro objetivo como nuestra inspiración.



REFERENCIAS

- Aan, A., Aarend, E. y Heinloo, M. (2011). On chaotic motion of a double pendulum. *Agronomy Research*, 9(1), 5-12.
- Adhikari, D.R. y Wang, L. (2025). Improving Student Success in Math Courses Using WebWork. En H.R. Arabnia y L. Deligiannidis (Eds.), *Communications in Computer and Information Science* (pp. 231-238). https://doi.org/10.1007/978-3-031-86644-9_19
- Adnan, M., Ibharim, L.F., Seng, W.Y. y I-Van, Y. (2024). Development and usability of a traditional game simulation module with augmented reality technology (AR-SiGaSTEM) in online learning to strengthen STEM skills among students. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 12(4). <https://doi.org/10.31129/LUMAT.12.4.2226>
- Ahmad, N.I.N. y Junaini, S.N. (2022). PrismAR: A Mobile Augmented Reality Mathematics Card Game for Learning Prism. *International Journal of Computing and Digital Systems*, 11(1), 217-225. <https://doi.org/10.12785/ijcds/110118>
- Aisyah, F., Nursyahidah, F. y Kusumaningsih, W. (2020). *Designing online class learning of sine rules using ramadhan tradition context*. 1663(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1663/1/012067>
- Al Hashimi, S. y Alsindi, D. (2021). Optimizing online learning experiences and outcomes for hearing-impaired art and design students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 20(7), 1-22. <https://doi.org/10.26803/IJLTER.20.7.1>



- Alam, A. y Mohanty, A. (2024). Integrated constructive robotics in education (ICRE) model: A paradigmatic framework for transformative learning in educational ecosystem. *Cogent Education*, **11**(1), 1-25.
- Albano, G., Dello Iacono, U. y Fiorentino, G. (2016). An online vygotksian learning activity model in mathematics. *Journal of E-Learning and Knowledge Society*, **12**(3), 159-169.
- Alonso García, S., Aznar Díaz, I., Cáceres Reche, M.P., Trujillo Torres, J.M. y Romero Rodríguez, J.M. (2019). Systematic Review of Good Teaching Practices with ICT in Spanish Higher Education Trends and Challenges for Sustainability. *Sustainability (Switzerland)*, **11**(24). <https://doi.org/10.3390/su11247150>
- Anwar, K. (2025). Enhancing Learning Experiences and Outcomes Using Virtual Media for Children with Autism Spectrum Disorders. *Mathematics Education Journal*, **19**(2), 197-216. <https://doi.org/10.22342/mej.v19i2.pp197-216>
- Atuahene, S.A. y XuSheng, Q. (2024). Overcoming e-learning hurdles: Strategies for enhancing stem education in Africa through digital innovation. *Studies in Higher Education*, **50**(11), 2294-2311. <https://doi.org/10.1080/03075079.2024.2413866>
- Badioze Zaman, H., Bakar, N., Ahmad, A., Sulaiman, R., Arshad, H. y Yatim, N.F. (2009). Virtual Visualisation Laboratory for Science and Mathematics Content (Vlab-SMC) with special reference to teaching and learning of chemistry. En Z. Badioze, P. Robinson y O. Petrou (Eds.), *Visual Informatics: Bridging Research and Practice. IVIC 2009. Lecture Notes in Computer Science* (pp. 356-370). Springer.
- Barlovits, S., Caldeira, A., Fesakis, G., Jablonski, S., Koutsomanoli Filippaki, D., Lázaro, C., Ludwig, M., Mammana, M.F., Moura, A., Oehler, D.X.K., Recio, T., Taranto, E. y Volika, S. (2022). Adaptive, Synchronous, and Mobile Online Education: Developing the ASYMPTOTE Learning Environment. *Mathematics*, **10**(10), 1628. <https://doi.org/10.3390/math10101628>
- Bas, G. y Kivilcim, Z.S. (2021). Traditional, Cooperative, Constructivist, and Computer-Assisted Mathematics Teaching: A Meta-Analytic Comparison Regarding Student Success. *International Journal of Technology in Education (IJTE)*, **4**(3), 464-490.

- Becerra Romero, A., Díaz Rodríguez, M. y González Estrada, O.A. (2019). Development of a virtual learning environment for the subject numerical methods under Moodle. *Journal of Physics: Conference Series*, 1161. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1161/1/012010>
- Bellas, F., Guerreiro Santalla, S., Naya, M. y Duro, R.J. (2023). AI Curriculum for European High Schools: An Embedded Intelligence Approach. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 33(2), 399-426. <https://doi.org/10.1007/s40593-022-00315-0>
- Bhadri, G.N. y Patil, L.R. (2022). Blended Learning: An effective approach for Online Teaching and Learning. *Journal of Engineering Education Transformations*, 35, 53-60. <https://doi.org/10.16920/jeet/2022/v35is1/22008>
- Bold, G.E.J. y Tan, S.M. (1985). Teaching simulation with a “digital” analog computer. *American Journal of Physics*, 53(5), 437-442. <https://doi.org/10.1119/1.14195>
- Bowers, J., Bezuk, N. y Aguilar, K. (2011). Adapting the mathematical task framework to design online didactic objects. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 42(4), 481-495.
- Boztaş, G.D., Berigel, M., Altınay, F. y Altınay, Z. (2025). Learning Modalities Shaped by Digital Transformation in Distance Education: A Bibliometric Analysis of Trends and Reflections (2017-2023). *Open Praxis*, 17(2), 349-362. <https://doi.org/10.55982/openpraxis.17.2.837>
- Çakıroğlu, Ü., Güler, M., Dündar, M. y Coşkun, F. (2024). Virtual Reality in Realistic Mathematics Education to Develop Mathematical Literacy Skills. *International Journal of Human-Computer Interaction*, 40(17), 4661-4673. <https://doi.org/10.1080/10447318.2023.2219960>
- Chan, K.W., Edwards, A.R., Dunn, R.W. y Daniels, A.R. (1995, 7 de abril). *Real-time electromechanical transient simulator for on-line applications* [Conferencia]. ICDS '95. First International Conference on Digital Power System Simulators, Texas, Estados Unidos. <https://doi.org/10.1109/icds.1995.492839>
- Chatain, J., Gashaj, V., Muttappillil, B., Sumner, R.W. y Kapur, M. (2024). *Designing for Embodied Sense-making of Mathematics: Perspectives*

- on Directed and Spontaneous Bodily Actions*, 3318-3335. <https://doi.org/10.1145/3643834.3661571>
- Cheema, M.S., Othman, Z., Sarchio, S.N.E., Alwi, S.S.S., Hashim, N.F.M. y Teng, L.C. (2022). Teaching and Learning of Biosciences in a Digital World: Challenges and Effective Teaching Strategies during and after Covid-19 Pandemic. *Malaysian Journal of Medicine and Health Sciences*, 18, 144-152. <https://doi.org/10.47836/mjmhs18.s14.16>
- Chen, X., Zou, D., Xie, H. y Wang, F.L. (2023). Metaverse in Education: Contributors, Cooperations, and Research Themes. *IEEE Transactions on Learning Technologies*, 16(6), 1111-1129. <https://doi.org/10.1109/TLT.2023.3277952>
- Chim, A.I.T., Nieto Jalil, J.M., Jiménez, D.S. y Huerta, J.M.M. (2024, 8 al 11 de mayo). *Breaking Barriers: Smartphone Sensors, Mobile Technology in Online Teaching of Differential Equations* [Conferencia]. 2024 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON), Isla Kos, Grecia. <https://doi.org/10.1109/EDUCON60312.2024.10578693>
- Christopoulos, A., Mystakidis, S., Kurczaba, J., Laakso, M. J. y Stylios, C. (2024). Is Immersion in 3D Virtual Games Associated with Mathematical Ability Improvement in Game-Based Learning? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(7), 1479-1499. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10440-4>
- Christopoulos, A. y Sprangers, P. (2021). Integration of educational technology during the Covid-19 pandemic: An analysis of teacher and student receptions. *Cogent Education*, 8(1). <https://doi.org/10.1080/2331186X.2021.1964690>
- Corino, E., Fissore, C. y Marchisio, M. (2022). *Data Driven Learning activities within a Digital Learning Environment to study the specialized language of Mathematics*. 167-176. <https://doi.org/10.1109/COMPASAC54236.2022.00032>
- Cortés Rodríguez, F., Dal Peraro, M. y Abriata, L.A. (2022). Online tools to easily build virtual molecular models for display in augmented and virtual reality on the web. *Journal of Molecular Graphics and Modelling*, 114. <https://doi.org/10.1016/j.jmgm.2022.108164>

- Costa, L.F.C., Gomes, S., Santos, A.M., Xexeo, G.B., de Lima, Y.O., Prada, R., Martinho, C. y Dias, J.A. (2024). Heroine's Learning Journey: Motivating Women in STEM Online Courses Through the Power of a Narrative. *IEEE Access*, **12**, 20103-20124. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3360376>
- Crawford, J., Butler Henderson, K., Rudolph, J., Malkawi, B., Glowatz, M., Burton, R., Magni, P.A. y Lam, S. (2020). COVID-19: 20 countries' higher education intra-period digital pedagogy responses. *Journal of Applied Learning and Teaching*, **3**(1), 9-28. <https://doi.org/10.37074/jalt.2020.3.1.7>
- Dai, C.P., Ke, F., Pan, Y. y Liu, Y. (2023). Exploring students' learning support use in digital game-based math learning: A mixed-methods approach using machine learning and multi-cases study. *Computers and Education*, **194**. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104698>
- de Wet, C. (2014). Trends in digital pedagogies: Implications for South African universities expanding through hybrid online education. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, **5**(23), 859-867. <https://doi.org/10.5901/mjss.2014.v5n23p859>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.
- Duzhin, F. y Gustafsson, A. (2018). Machine learning-based app for self-evaluation of teacher-specific instructional style and tools. *Education Sciences*, **8**(1). <https://doi.org/10.3390/educsci8010007>
- Fauziyatun, H. y Retnawati, H. (2022). The challenges of using ICT in mathematics education assesment: A literature review. *AIP Conference Proceedings*, 2575. <https://doi.org/10.1063/5.0108031>
- Fedák, V. y Gelvanić, Z. (2013, 24 y 24 de octubre). *Learning vibration phenomena of rotating systems by experimentation on virtual model* [Conferencia]. 2013 IEEE 11th International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications (ICETA), Stara Lesna, Eslovaquia. <https://doi.org/10.1109/iceta.2013.6674412>
- Ferro, L.S., Sapio, F., Terracina, A., Temperini, M. y Mecella, M. (2021). Gea2: A Serious Game for Technology-Enhanced Learning in STEM. *IEEE Transac-*

- tions on Learning Technologies*, **14**(6), 723-739. <https://doi.org/10.1109/TLT.2022.3143519>
- Fessakis, G., Karta, P. y Kozas, K. (2018). The Math Trail as a Learning Activity Model for M-Learning Enhanced Realistic Mathematics Education: A Case Study in Primary Education. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, **715**, 323-332. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73210-7_39
- Fiangga, S., Palupi, E.L.W., Hidayat, D., Prihartiwi, N.R. y Siswono, T.Y.E. (2021). Development of digital learning resources for realistic mathematics education in supporting virtual learning during covid-19. *Journal of Physics: Conferences Series*, **1747**(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1747/1/012027>
- Fujita, N. (2020). Transforming online teaching and learning: Towards learning design informed by information science and learning sciences. *Information and Learning Science*, **121**(7-8), 503-511. <https://doi.org/10.1108/ILS-04-2020-0124>
- Greenhow, C. y Galvin, S. (2020). Teaching with social media: Evidence-based strategies for making remote higher education less remote. *Information and Learning Science*, **121**(7-8), 513-524. <https://doi.org/10.1108/ILS-04-2020-0138>
- Hamza, V.M., D'Ávila, V.A. y Ulugergerli, E.U. (2000). Use of interactive Web tools in teaching geophysics in developing countries. *Seismological Research Letters*, **71**(5), 519-529. <https://doi.org/10.1785/gssrl.71.5.519>
- Hervás Gómez, C., Díaz Noguera, M.D., Martín Gutiérrez, Á. y Morales Pérez, G. L. (2023). Validation of the Attitude Scale on Prospective Teachers' Perceptions of the Consequences on Their Psychological State: Well-Being and Cognition. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, **20**(8). <https://doi.org/10.3390/ijerph20085439>
- Hobbs, M.H. y Holley, D. (2022). A Radical Approach to Curriculum design: Engaging Students Through Augmented Reality. *International Journal of Mobile and Blended Learning*, **14**(1). <https://doi.org/10.4018/IJMBL.313595>

- Holly, M., Resch, S. y Pirker, J. (2023). An Asymmetric Multiplayer Learning Environment for Room-Scale Virtual Reality and a Handheld Device. *Proceedings of the ACM on Human-Computer Interaction*, 7. <https://doi.org/10.1145/3604244>
- Hortelano, J.C. y Prudente, M. (2024). Effects of the theory of didactical situations' application in mathematics education: A metasynthesis. *Journal of Pedagogical Research (JPR)*, 8(3), 246-262.
- Hu, F. (2021). Bidirectional promotion of ideological and political education in curriculum and online teaching-taking online teaching of mathematics as an example. *CIPAE 2021 2nd International Conference on Computers, Information Processing and Advanced Education*, 916-918. <https://doi.org/10.1145/3456887.3457104>
- Ilovan, O. R. (2020). *Feedforward for University Geographical Online Education during the COVID-19 Pandemic* [Conferencia]. Proceedings of the International Conference on Virtual Learning, 76-85. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85140869724&partnerID=40&md5=7816f5a73f7d2a04c06f50cd6641bc1f>
- Jalaludin, N.A., Salim, M.H.M., Rasul, M.S., Amin, A.F.M. y Saari, M.A. (2024). The Impact of Virtual Collaboration Tools on 21st-Century Skills, Scientific Process Skills and Scientific Creativity in STEM. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 15(8), 1340-1347. <https://doi.org/10.14569/IJACSA.2024.01508130>
- Jia, J. y He, Y. (2022). The design, implementation and pilot application of an intelligent online proctoring system for online exams. *Interactive Technology and Smart Education*, 19(1), 112-120. <https://doi.org/10.1108/ITSE-12-2020-0246>
- Johar, R., Elizar, E., Annisa, D. y Mailizar, M. (2021). *The challenges experienced by teachers in online workshop during the COVID-19 pandemic*, 1882(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1882/1/012047>
- Jung, H. y Brady, C. (2020). Maintaining rich dialogic interactions in the transition to synchronous online learning. *Information and Learning Science*, 121(5-6), 381-390. <https://doi.org/10.1108/ILS-04-2020-0096>

- Kazachkov, I.V., Fransson, T.H., Salomón, M. y Kalion, V.A. (2003). *Interactive teaching and learning platform for numerical methods in energy* [Conferencia]. 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84894766518&partnerID=40&md5=0e4a9345e91dc4cb8368d9d1d4f8d130>
- Kofránek, J., Vu, L.D.A., Snášelová, H., Kerekeš, R. y Velan, T. (2001). GOLEM—Multi-media simulator for medical education. *Studies in Health Technology and Informatics*, **84**, 1042-1046. <https://doi.org/10.3233/978-1-60750-928-8-1042>
- Kong, S.C., Chan, C.L. y Wang, F.L. (2010). *Experience of blended learning in school education: Knowledge about perimeter of closed shapes* [Conferencia]. International Conference on Hybrid Learning and Continuing Education, 296-305. https://doi.org/10.1007/978-3-642-14657-2_27
- Kormakova, V.N., Klepikova, A.G., Lapina, M.A. y Rugelj, J. (2021). *ICT competence of a teacher in the context of digital transformation of education, 2914*, 138-150. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85111381148&partnerID=40&md5=bd1c911d3df2df39007f433bdc8b21af>
- Kostadinov, B., Thiel, J. y Singh, S. (2019). Creating Dynamic Documents with R and Python as a Computational and Visualization Tool for Teaching Differential Equations. *PRIMUS: Problems, Resources and Issues in Mathematics Undergraduate*, **29**(6), 584-605. <https://doi.org/10.1080/10511970.2018.1472161>
- Kubsch, M., Czinczel, B., Lossjew, J., Wyrwich, T., Bednorz, D., Bernholt, S., Fiedler, D., Strauß, S., Cress, U., Drachsler, H., Neumann, K. y Rummel, N. (2022). Toward learning progression analytics-Developing learning environments for the automated analysis of learning using evidence centered design. *Frontiers in Education*, **7**. <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.981910>
- Lindner, C., Rienow, A., Otto, K.H. y Juergens, C. (2022). Development of an App and Teaching Concept for Implementation of Hyperspectral Remote Sensing Data into School Lessons Using Augmented Reality. *Remote Sensing*, **14**(3). <https://doi.org/10.3390/rs14030791>
- Llinares, S. y Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: Interaction and online video case studies. *Instructional Science*, **37**(3), 247-271.

- Logemann, M., Aritz, J., Cardon, P., Swartz, S., Elhaddaoui, T., Getchell, K., Fleischmann, C., Helens-Hart, R., Li, X., Palmer-Silveira, J., Ruiz-Garrido, M., Springer, S. y Stapp, J. (2022). Standing strong amid a pandemic: How a global online team project stands up to the public health crisis. *British Journal of Educational Technology*, *53*(3), 577-592. <https://doi.org/10.1111/bjet.13189>
- López Meneses, E., Cáceres Tello, J., Galán Hernández, J.J. y López Catalán, L. (2025). Quantum Computing in Data Science and STEM Education: Mapping Academic Trends and Analyzing Practical Tools. *Computers*, *14*(6). <https://doi.org/10.3390/computers14060235>
- Maat, S.M. y Zakaria, E. (2011). Exploring students' understanding of ordinary differential equations using computer algebraic system (CAS). *Turkish Online Journal of Educational Technology*, *10*(3), 123-128.
- Maisano, D.A., Carrera, G., Mastrogiacomio, L. y Franceschini, F. (2024). Remote STEM education in the post-pandemic period: Challenges from the perspective of students and faculty. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *21*(1). <https://doi.org/10.1186/s41239-024-00497-8>
- Mamani Flores, A., Apaza Ticona, J., Calatayud Mendoza, A.P., Vilca Apaza, H.M., y Villanueva Alvaro, N.S. (2025). Experience of using virtual environments applied for learning among students at a Peruvian university. *Sapienza*, *6*(2). <https://doi.org/10.51798/sijis.v6i2.1034>
- Meylani, R. (2024). Blueprint for the 21st century online learning environment in stem education through a systematic review and qualitative synthesis. *Edelweiss Applied Science and Technology*, *8*(6), 8196-8226. <https://doi.org/10.55214/25768484.v8i6.3763>
- Meylani, R., Bitter, G.G. y Legacy, J.M. (2025). Impacts of Professional Development and Implementation Fidelity on Online Middle School Mathematics: A Quasi-Experimental Quantitative Study. *Turkish Online Journal of Distance Education (TOJDE)*, *26*(2), 90-119.
- Miao, X., Yu, Z. y Liu, M. (2021). Using Partial Differential Equation Face Recognition Model to Evaluate Students' Attention in a College Chinese Classroom. *Advances in Mathematical Physics*, *2021*. <https://doi.org/10.1155/2021/3950445>

- Millones Liza, D.Y., García Salirrosas, E.E., Apaza Cáceres, J.A. y Norabuena Díaz, R.Á. (2024). Influence of Self-Efficacy, Perceived Enjoyment and Ease of Use on Mathematics Learning Satisfaction in Virtual Environments. *Journal of Educational and Social Research*, 14(3), 47-59. <https://doi.org/10.36941/jesr-2024-0054>
- Mitra, A. (2023). Redesign of online proctored exams for STEM learners in higher education institutions: Proposal for incorporating higher-order thinking skills and democratic pedagogy via OPERHOT platform. *FEMS Microbiology Letters*, 370. <https://doi.org/10.1093/femsle/fnad074>
- Moon, J., Ke, F. y Sokolikj, Z. (2025). Game-Based Performance Tasks for Assessing Representational Flexibility of Autistic Adolescents in a Virtual World. *Technology, Knowledge and Learning*, 30(1), 539-560. <https://doi.org/10.1007/s10758-024-09806-6>
- Moran Pizarro, D.S. (2025, julio 2). *Solución de ecuaciones diferenciales mediante Google Colab*. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/70478>
- Moss, D.L., Bertolone Smith, C.M., Boyce, S., MacDonald, B.L., Grabhorn, J.A. y Roman, C. (2023). Tension between Objectivism and Constructivism in Organizing and Enacting Student Learning in Online STEM Education. *Educational Forum*, 87(2), 81-97.
- Muir, T., Wang, I., Trimble, A., Mainsbridge, C. y Douglas, T. (2022). Using Interactive Online Pedagogical Approaches to Promote Student Engagement. *Education Sciences*, 12(6). <https://doi.org/10.3390/educsci12060415>
- Mukuka, A. y Alex, J.K. (2025). Profiling mathematics teacher educators' readiness for digital technology integration: Evidence from Zambia. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 28(2), 315-339. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09657-z>
- Murphey, T.D. (2007). Teaching rigid body mechanics using student-created virtual environments. *Proceedings of the American Control Conference*, 2503-2508. <https://doi.org/10.1109/ACC.2007.4282240>

- Mystakidis, S. y Christopoulos, A. (2022). Teacher Perceptions on Virtual Reality Escape Rooms for STEM Education. *Information (Switzerland)*, **13**(3). <https://doi.org/10.3390/info13030136>
- Nadarajan, K., Abdullah, A.H., Alhassora, N.S.A., Ibrahim, N.H., Surif, J., Ali, D.F., Mohd Zaid, N. y Hamzah, M.H. (2023). The Effectiveness of a Technology-Based Isometrical Transformation Flipped Classroom Learning Strategy in Improving Students' Higher Order Thinking Skills. *IEEE Access*, **11**, 4155-4172. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3230860>
- Nagchaudhuri, A. (2000). Dynamic modeling and analysis of a crank slider mechanism. *ASEE Annual Conference Proceedings*, 2215-2224. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-1842637776&partnerID=40&md5=8194e3170d497d030ed8c026c9753b5e>
- Nakamura, Y. Nakahara, T. y Akiyama, M. (2010). Teaching of differential equations using mathematics e-learning system stack. *Proceedings of the IADIS International Conference e-Learning 2010*, 227-230. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-79955154418&partnerID=40&md5=-8ca650d47b058893b2289951850c28de>
- Navaee, S. (2004). Computing and programming with LabVIEW. En *ASEE Annual Conference Proceedings*, 2211-2225. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-5444237760&partnerID=40&md5=488aeb09d2b-fac66323e3a25b7e195>
- N'Dri, D. y Lefebvre, M. (2021). Teaching differential equations online. *AAPP Atti Della Accademia Peloritana Dei Pericolanti, Classe Di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*, **99**. <https://doi.org/10.1478/AAPP.99S1A12>
- Ngoveni, M.A. (2025). Revolutionizing Mathematics Education: Artificial Intelligence Integration, Ethics, and Access in Open Distance e-Learning. *Eurasian Journal of Educational Research*, **2025**(115), 38-52. <https://doi.org/10.14689/ejer.2025.115.003>
- Nguyen, H.A., Guo, Y., Nguyen, V., Richey, J.E. y McLaren, B.M. (2022). *Evaluating a Framework for Learning Non-routine Problem-Solving in Mathematics*. 1249-1252. <https://www.scopus.com/inward/record>.

uri?eid=2-s2.0-85145773851&partnerID=40&md5=cef430a5e5a2f98b5f-f1a855363c99c7

Nippert, C.R. (2001). A real time, dynamic, binary distillation simulation for WEB based instruction. *ASEE Annual Conference Proceedings*, 953-961. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-8744225351&partnerID=40&md5=20f9bcf41a5623b660553f665759af14>

Noh, J., Kim, Y. y Kim, B. (2024). Affordance-Driven Design for Digital Learning. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 102(9), 4043-4049.

OpenAI. (2026). *ChatGPT* [Modelo de lenguaje]. <https://chat.openai.com/chat>

Osuna, N.L., Machado, M.Z., García, J.R.H., Cota, R.C.A., Tello, N.A.B., Castro, P. M. y Castro, J.O.I. (2024). Design and Implementation of Audiovisual Resources to Support the Differential Equations Blended Learning Course. *TEM Journal*, 13(3), 2493-2501. <https://doi.org/10.18421/TEM133-75>

Pham, T.T.H., Pham, H.H. y Luong, D.H. (2025). State-of-the-art in teachers' online pedagogical competencies in higher education from 2011 to 2022. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 14(1), 659-670. <https://doi.org/10.11591/ijere.v14i1.28717>

Poonja, H.A., Shirazi, M.A., Khan, M.J. y Javed, K. (2023). Engagement detection and enhancement for STEM education through computer vision, augmented reality, and haptics. *Image and Vision Computing*, 136. <https://doi.org/10.1016/j.imavis.2023.104720>

Price, C.B. (2005). Applications of a collaborative open object oriented learning environment to electronics, computing and mathematics education. *Proceedings Frontiers in Education Conference, FIE*. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-33947254591&partnerID=40&md5=df25d-2041f6764c60161a8df940e19ca>

Ramlee, N., Rosli, M.S. y Saleh, N. S. (2019). Mathematical HOTS cultivation via on-line learning environment and 5E inquiry model: Cognitive impact and the learning activities. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 14(24), 140-151. <https://doi.org/10.3991/ijet.v14i24.12071>

- Ribando, R.J., Scott, T.C. y O'Leary, G.W. (1999, 14 al 19 de noviembre). *Teaching Heat Transfer in a Studio Mode* [Conferencia]. ASME 1999 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Nashville, Tennessee, Estados Unidos. <https://doi.org/10.1115/IMECE1999-1143>
- Rodés, V., Porta, M., Garófalo, L. y Enríquez, C.R. (2021). Teacher education in the emergency: A mooc-inspired teacher professional development strategy grounded in critical digital pedagogy and pedagogy of care. *Journal of Interactive Media in Education*, 2021(1). <https://doi.org/10.5334/jime.657>
- Rosas, G.A.P., Polo, M.J.A., Hermosilla, A.S., Delgado, A. y Huamaní, E.L. (2023). Development of a Web System to Improve and Reinforce Learning in Mathematics in Primary and Secondary Students in Peru. *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication*, 11, 51-58. <https://doi.org/10.17762/ijritcc.v11i5s.6597>
- Setialaksana, W., Abdal, N.M., Yusri, A.Y. y Arifin, S. (2025). The impact of online learning enablers and barriers on math anxiety and math performance: Insights from Indonesian engineering students. *Journal of Applied Research in Higher Education*. <https://doi.org/10.1108/JARHE-06-2024-0309>
- Shehzad, N. y Charles, T. (2023). Exploring the impact of instructor social presence on student engagement in online higher education. *Contemporary Educational Technology*, 15(4). <https://doi.org/10.30935/cedtech/13823>
- Shirai, S. Nakahara, T. y Fukui, T. (2023). MathTOUCH Editor: Rich-text Editor for Math E-learning Using an Intelligent Math Input Interface. *Journal of Information Processing*, 31, 775-785. <https://doi.org/10.2197/ipsjip.31.775>
- Silva, R.M., Martins, P. y Rocha, T. (2025). Virtual reality educational scenarios for students with ASD: Instruments validation and design of STEM programmatic contents. *Research in Autism Spectrum Disorders*, 119. <https://doi.org/10.1016/j.rasd.2024.102521>
- Smith, C. (2024). Embodied learning in a virtual mathematics classroom: An example lesson. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(4), 1084-1095. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2197906>

- Steinert, S., Krupp, L., Ávila, K.E., Janssen, A.S., Ruf, V., Dzsotjan, D., Schryver, C. D., Karolus, J., Ruzika, S., Joisten, K., Lukowicz, P., Kuhn, J., Wehn, N. y Küchemann, S. (2025). Lessons learned from designing an open-source automated feedback system for STEM education. *Education and Information Technologies*, 30(5), 6019-6060. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13025-y>
- Su, A.Y.S., Huang, C.S.J., Ding, T.J., Yang, S.J.H., Chiang, T.H.C. y Su, C.N. (2015). *Using digital-pen-based learning system with collaborative learning activities to improve mathematics achievement in Taiwanese elementary courses*, 305-309. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85039909731&partnerID=40&md5=685bcd846698264d-06e231839f0de388>
- Suominen, S., Ikonen, K., Leinonen, R., Viholainen, A. y Asikainen, M.A. (2024). Vocational school students' use and opinions of voluntary-based online learning solutions presented in a mathematics course. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 12(3), 394-410. <https://doi.org/10.30935/scimath/14751>
- Takács, A.M., Takács, A., Nagy, B. y Augusztinyi, D.G. (2024). *On Some Methods of Digital Assessment for Mathematical Courses*, 313-316. <https://doi.org/10.1109/CANDO-EPE65072.2024.10772847>
- Tito Cruz, J., Coluci, V.R. y Moraes, R. (2023). ORUN-VR2: A VR serious game on the projectile kinematics: Design, evaluation, and learning outcomes. *Virtual Reality*, 27(3), 2583-2604. <https://doi.org/10.1007/s10055-023-00824-w>
- Toktarova, V. (2022). Model of Adaptive System for Mathematical Training of Students within eLearning Environment. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 17(20), 99-117. <https://doi.org/10.3991/ijet.v17i20.32923>
- Tudjarov, B. (2024). Innovative Web-based VR for Engineering Education and Work. *Proceedings of the 28th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics: WMSCI*, 54-59. <https://doi.org/10.54808/WMSCI2024.01.54>
- Tyaningsih, R.Y., Arjudin, A., Salsabila, N.H., Hamdani, D. y Junaidi, J. (2023, 3 y 4 de diciembre). *Using Moodle as Learning Management System (LMS) to improve students' learning activity in solving differential equations problems according to their adversity quotient* [Conferencia]. The 1st International-

al Conference on Science Education and Sciences, Mataram, Indonesia.
<https://doi.org/10.1063/5.0122576>

- van Wyk, M.M. (2018). Economics student teachers' views on the usefulness of a flipped classroom pedagogical approach for an open distance eLearning environment. *International Journal of Information and Learning Technology*, 35(4), 255-265. <https://doi.org/10.1108/IJILT-07-2017-0068>
- Vitale, A. y Dello Iacono, U. (2024). Using social robots as inclusive educational technology for mathematics learning through storytelling. *European Public and Social Innovation Review*, 9. <https://doi.org/10.31637/epsir-2024-672>
- Walker, B.J., Townsend, A.K., Chudasama, A.K. y Krause, A.L. (2023). VisualPDE: Rapid Interactive Simulations of Partial Differential Equations. *Bulletin of Mathematical Biology*, 85(11). <https://doi.org/10.1007/s11538-023-01218-4>
- Wang, M. y Walkington, C. (2023). Investigating problem-posing during math walks in informal learning spaces. *Frontiers in Psychology*, 14. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1106676>
- Wass, J.A. (2005). Mathematica navigator: Mathematics, statistics and graphics. *Scientific Computing and Instrumentation*, 22(4), 8-48.
- Weber, R., Heidemann, L.A. y de Sá Martins, J.S. (2023). Deterministic Chaos: An approach with Insight Maker software focused on discussions about determinism and predictability. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 45. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2023-0028>
- Webster, R. Haluck, R., Ravenscroft, R., Mohler, B., Crouthamel, E., Frack, T., Terleki, S. y Sheaffer, J. (2002). Elastically deformable 3D organs for haptic surgical simulation. *Studies in Health Technology and Informatics*, 85, 570-572. <https://doi.org/10.3233/978-1-60750-929-5-570>
- Wintarti, A. y Fardah, D.K. (2019). *The Instructional Design of Blended Learning on Differential Calculus Using Successive Approximation Model*, 1417(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1417/1/012064>
- Xie, Y. y Zhang, X. (2024). Research on the design and implementation of primary school STEM project based on VR coursewares. *International Journal of*

- Technology and Design Education*, 34(3), 939-955. <https://doi.org/10.1007/s10798-023-09848-4>
- Yang, X. y Wang, H. (2024). A Model Based on Fuzzy Neural Networks for Sharing Digital Educational Resources in English. *International Journal of e-Collaboration*, 20(1). <https://doi.org/10.4018/IJeC.344456>
- Yang, Y., Bennett, A. y Warren, S. (2005). An online homework generation and assessment tool for linear systems. *ASEE Annual Conference and Exposition, Conference Proceedings*, 11001-11011. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-22544437020&partnerID=40&md5=ba64867a-d270408c05cb87a838a40d9f>
- Yuliana, Y., Abadi, A.M. Hendrowibowo, L. y Kurdhi, N.A. (2024). Characteristics of the mobile problem based learning flipped classroom (mPBLFC) mathematics learning model: A systematic literature review. *Perspektiv Nauti i Obrazovana*, 68(2), 261-277. <https://doi.org/10.32744/pse.2024.2.16>
- Zabasta, A., Kazymyr, V., Drozd, O., Verslype, S., Espeel, L. y Bruzgiene, R. (2024). Development of Shared Modeling and Simulation Environment for Sustainable e-Learning in the STEM Field. *Sustainability (Switzerland)*, 16(5). <https://doi.org/10.3390/su16052197>
- Zhang, H., Wu, X. y Ju, M. (2024). Developing a cognitive model of solid geometry based on Interpretive Structural Modeling method. *Heliyon*, 10(5). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e27063>
- Zhang, Y. (2021). Application of Intelligent Virtual Reality Technology in College Art Creation and Design Teaching. *Journal of Internet Technology*, 22(6), 1397-1408. <https://doi.org/10.53106/160792642021112206016>



Sello Editorial

Universidad Nacional
Abierta y a Distancia

**UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA
Y A DISTANCIA (UNAD)**

**Sede Nacional José Celestino Mutis
Calle 14 Sur 14-23**

PBX: 344 37 00 - 344 41 20

Bogotá, D.C., Colombia

www.unad.edu.co

Para acceder a la versión en línea de este
libro, escanee el siguiente código