

Introducción a la biomimesis. Aprendiendo de la naturaleza desde las formas, los sistemas y los procesos

Daniel Edgardo Vedoya, Claudia Pilar, Emma Susana Prat, Luciana G. Petraglia
ITDAHU. Universidad Nacional del Nordeste (Argentina)
Caterina Mele, Paolo Piantanida, Valentina Villa
DISEG, Politécnico de Turín (Italia)

Cuando observamos una hoja de algún vegetal, se destaca su forma, su color verde, su aroma, hasta podemos, en algunos casos, establecer a qué especie pertenece. Pasando suavemente los dedos por su superficie reconocemos su textura, suave en algunas hojas, tersa, rugosa, áspera en otras, unas son opacas, otras lustrosas, etc. También apreciamos su espesor, como mínimo, separando ambas caras. Lo que nunca se nos ocurre pensar es qué pasa en su interior y es esto lo que queremos destacar.

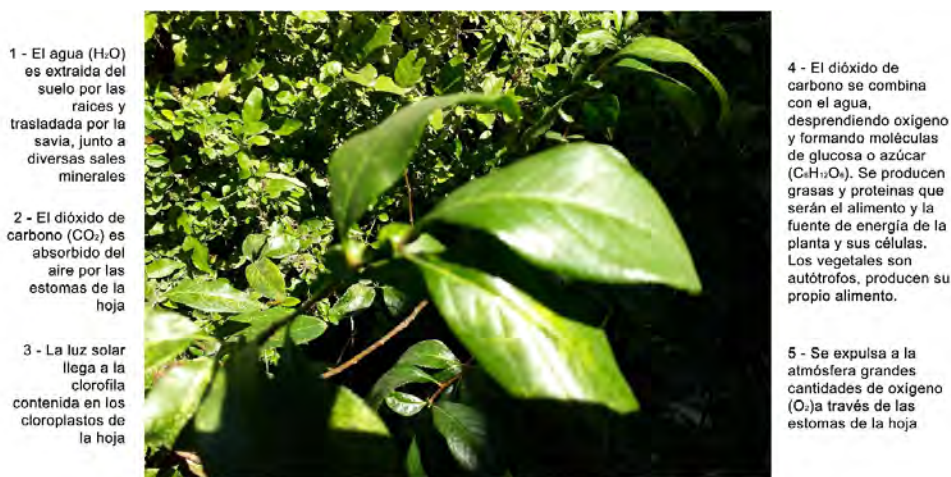
Son sólo tres ingredientes básicos los que participan en el proceso más asombroso que sucede en el interior de una hoja cualquiera: agua, dióxido de carbono y luz solar. Los componentes de los dos primeros son: dos moléculas de Hidrógeno y una de Oxígeno (H_2O), en el agua, y una de Carbono por dos de Oxígeno (CO_2), en el segundo, comúnmente conocido también como anhídrido carbónico.

El agua es extraída del suelo por las raíces y trasladada a través de la savia, junto a diversas sales minerales, hacia toda la estructura orgánica de la planta, hasta la punta de la hoja más distante. El dióxido de carbono (CO_2) es absorbido del aire por la hoja a través de los estomas. La energía solar llega del exterior hasta la clorofila contenida en los cloroplastos de las hojas.

El agua llevada por la savia y el dióxido de carbono se descompone formando entre sí moléculas de glucosa o azúcar ($C_6H_{12}O_6$), desprendiendo el oxígeno excedente, que vuelve a la atmósfera. De este modo, se crean nuevas moléculas (grasas y proteínas) que serán el alimento y la fuente de energía de la planta y sus células. Por esta condición se dice que las plantas son autótrofas, es decir, producen su propio alimento. Todo este proceso, conocido con el nombre de fotosíntesis, se realiza necesariamente durante el día, mientras se encuentra presente la luz solar.

En un proceso inverso, durante la noche, la planta respira tomando oxígeno del aire y expulsando dióxido de carbono y agua. Aunque en este proceso las plantas consumen oxígeno, lo hacen en menor cantidad del que producen en la fotosíntesis. Ese oxígeno que producen durante el día es el que utilizan los seres

vivos para respirar.



Proceso de fotosíntesis. Fuente: producción propia

Lo asombroso de este proceso es que se realiza en un medio natural, sin accesorios especiales, no se necesitan probetas, filtros, etc., como si se tratara de un laboratorio de química. Vale recordar aquí el pensamiento de Janine Benyus (2012), presidenta y cofundadora del Instituto de Biomimética (*Biomimicry Institute*) y experta internacional: “...si entramos a un bosque, estamos introduciéndonos en un verdadero laboratorio de química sin necesidad de usar mascarillas ni ningún elemento protector...”.

Un bosque maduro es un prodigio de diversidad, donde se optimizan los recursos y se reciclan los residuos. En él conviven arbustos, árboles, enredaderas, musgos, hongos, líquenes, monos, yagaretés, carpinchos, escarabajos, hormigas, aves diversas, etc., extendiéndose hacia arriba y hacia abajo, llenando cada recoveco de vida, sin producir residuos. Todo desecho de una especie es alimento para otro organismo.

La naturaleza ha subsistido a través de 4.000 millones de años mediante pruebas de ensayo y error, enfrentándose a una innumerable cantidad de problemas para los que siempre encontró una solución de forma eficiente, eficaz y de la mejor manera. Lo que ahora vive es lo que funciona. Lo que no ha podido resistir los embates de la evolución ha desaparecido. A lo largo de su historia ha desarrollado una diversidad de procesos en los que fue renovando, reciclando o reemplazando y, en todos estos casos, no sólo lo ha hecho, sino que lo ha hecho bien.

¿Por qué, entonces, no observar la naturaleza para entender de qué manera ha resuelto sus problemas?

La respuesta a este interrogante la tenemos hoy en la BIOMIMESIS.

El concepto biomimesis surge de la conjunción de dos vocablos: *bios* = vida y *mímesis* = imitación (imitación a la vida). No obstante, no se trata sólo de imitar a la naturaleza.

“La Biomimesis surge en una era basada, no en lo que podemos extraer de la naturaleza, sino de lo que podemos aprender de ella” (Benyus, 2012).

Debemos comprender cómo la naturaleza ha resuelto sus problemas para aplicar ese conocimiento a la solución de nuestros propios problemas, observando a la naturaleza para aprender de ella. Los expertos afirman que el biomimetismo puede ser considerado como un campo trascendental para seguir avanzando en mejoras tecnológicas, teniendo en cuenta que el ser humano es tan sólo una de las 1,7 millones de especies que viven en el planeta Tierra.

“No sólo basta con conocer las especies, también es importante saber su interrelación, es decir, cómo se ayudan para hacer sus procesos. Toda esta parte es muy interesante para el Biomimetismo y para la humanidad”, afirma Melina Ángel¹, investigadora colombiana del *Biomimicry Institute* en Nueva York.

La biomimesis se presenta así como:

- una rama de la ciencia
- un método para resolver problemas
- un movimiento de un cierto sector de la humanidad
- un paso hacia la naturaleza
- una nueva manera de ver y valorar la biodiversidad
- un punto de partida hacia la sostenibilidad
- una disciplina de diseño
- un aprendizaje de las formas, de los procesos y de los sistemas naturales para crear diseños de tecnologías sostenibles

Las próximas generaciones corren un serio peligro de supervivencia y la biomimesis se presenta como alternativa para abordar este problema integrando procesos que tomen ejemplos de la naturaleza, ofreciendo mejor calidad de vida para los seres humanos y generando empresas ecológicas, que serán mucho más rentables. Para esto, necesariamente, debemos antes conocer cómo se comporta la naturaleza, cómo podemos encarar su estudio desde nuestra óptica de arquitectos o ingenieros, qué podemos extraer de este aprendizaje que sea positivo para la solución de nuestros propios problemas.

Éste es un momento en que la humanidad debe tomar conciencia del peligro de supervivencia que corren las próximas generaciones. La biomimesis se presenta aquí ofreciendo una alternativa.

La integración de procesos dentro de sistemas que imitan a la naturaleza generan empresas que son ampliamente ecológicas y mucho más rentables, prometiendo

una mejor calidad de vida para los seres humanos que trabajan en ella y para sus usuarios. La vida tiene determinados principios que están identificados en las ciencias biológicas. La biomimesis ha extraído estos principios para hacerlos aplicables en el mundo humano. De esta manera, también se crean puentes entre biólogos, arquitectos, ingenieros, tecnólogos y diseñadores en general. Queda entonces expuesto nuestro interés por conocer más de la naturaleza, desentrañar e interpretar sus códigos, comprender sus mensajes y aprender de ella las estrategias que nos permitan resolver nuestros problemas de manera eficiente, eficaz y sustentable.

Un camino apropiado para eso es abordar el estudio de la naturaleza desde tres enfoques diferentes, aprendiendo:

- desde las FORMAS
- desde los PROCESOS
- desde los SISTEMAS

Aprendiendo de la naturaleza desde las formas

En este punto nos referiremos a cómo las formas naturales pueden servir como base para un buen diseño, en el sentido estricto de la biomimesis. Asumimos aquí que la copia simplemente formalista y figurativa de la naturaleza no la consideramos como biomimesis porque tenemos una mirada integral y analizamos las formas, los sistemas y los procesos naturales como modelos de buenas resoluciones de diseño que den respuesta a las necesidades técnicas y de buen funcionamiento.

La forma y las matemáticas

La relación del ser humano con la realidad exterior se realiza por medio de sensaciones visuales, táctiles, olfativas, auditivas, etc.; esa percepción a través de los sentidos es asociativa, aunque en el ser humano es fácilmente comprobable la preeminencia de las percepciones canalizadas por medios visuales. Una forma es inherente a una determinada cosa, es aquello que conocemos de la cosa en primera instancia, lo observable, lo que percibimos a través de los sentidos. La forma es la manera en que los objetos se presentan ante el sujeto, o sea, cómo se nos aparece. Es un hecho de base visual; la expresión implica para nosotros el empleo de todos los sentidos coordinados por la vista, que estructura y orienta los datos provistos por los demás sentidos. Es así que el primer conocimiento formal que tenemos de una cosa es siempre sensorial y no inteligente.

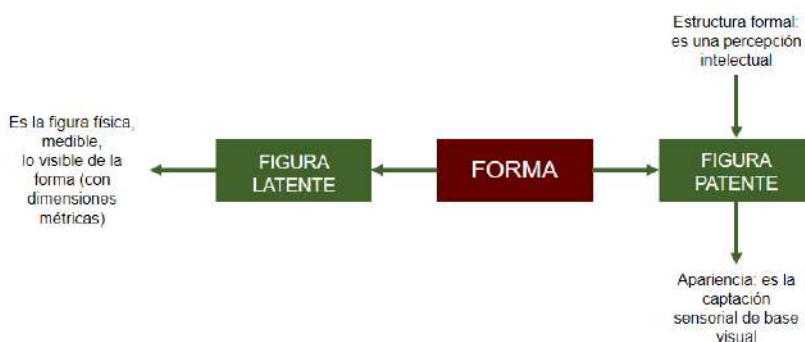
Las matemáticas proporcionan quizás el más amplio bagaje de codificaciones

visuales elaboradas a lo largo de los siglos, no sólo a través de la geometría sino también del análisis y de las múltiples estrategias visuales que se utilizan en el trabajo matemático. Gauss decía que *"el álgebra es la ciencia del ojo"*² y Michael Atiyah, en 1976, expresó:

La matemática que se enseña hoy en la mayoría de los países está aún más lejana de la realidad que la euclídea, porque no tiene ningún apoyo geométrico. Debe tenerse en cuenta que la intuición geométrica es y será siempre la fuente más poderosa para la comprensión de muchos temas³.

La geometría está en la naturaleza, en la forma de los seres animados e inanimados, y parece seguir leyes matemáticas que el ser humano ha intentado descifrar a lo largo de la historia.

La forma en que crecen o en la que se mueven los seres vivos es a veces la razón de su forma, esto explica la abundancia de formas simétricas o el arrollamiento cónico-espiral de los caracoles. Otras veces son las propiedades físicas de la materia y la economía energética de la naturaleza las que explican ciertas elecciones, que parecen más bien hechas por un escultor, como ocurre en el caso de las formas esféricas de las gotas de rocío, las burbujas en líquidos hirvientes o las formas globosas de los frutos. Las formas con curvatura son más abundantes en la naturaleza, las formas poliédricas en las construcciones humanas. Unas y otras disponen de un buen servicio de representación en el plano: las curvas planas y las líneas poligonales⁴.



La forma⁵

El estudio de las matemáticas partió de la formulación de preguntas relativas al mundo, ese mundo en el que se inserta el arquitecto en su labor de diseñador cuando observa las formas naturales para inspirarse.

Funcionalismo ecológico

La conducta constructiva animal revela estructuras refinadas y complejos principios arquitectónicos. Su precisión a menudo supera las capacidades humanas de la construcción en tamaño relativo.

Hoy en día no puede imaginarse otra visión del futuro más deseable que una forma de vida adaptada ecológicamente, donde la arquitectura regrese a las tempranas teorías funcionalistas derivadas de la biología. La arquitectura arraigará de nuevo en su suelo cultural y regional. Podría llamarse a esta arquitectura Funcionalismo Ecológico⁶.

Los animales han resuelto casi los mismos problemas que el ser humano, han creado carreteras (las hormigas), calles cubiertas (termitas), la calefacción y sistemas de regulación de la humedad (termitas, abejas, hormigas), escaleras y rampas (termitas), puertas batientes con tiradores de puerta-trampa (arañas).

Los habitáculos animales tienen una evolución que tiende a la eficiencia a través de minimizar el uso de materiales y mano de obra, cumpliendo con las leyes de mínimo esfuerzo y economía de la sustancia. Algunos animales se alimentan de sus propias construcciones con el fin de reutilizar materiales, algunas arañas comen y el alimento no entra a su sistema digestivo sino que vuelve a entrar en las glándulas de fabricación de su tela, lo que significa que reciclan su propia proteína. En consecuencia, se puede inferir que la biomimesis no consiste en imitar formas primitivas sino todo lo contrario, pues las formas son de una sofisticación tan extraordinaria que no podemos por menos que aprender de ellas. La biomimesis no debe ser meramente metafórica o morfológica sino que se trata de un perfeccionamiento en desarrollo. Un diseño que pretenda ser biomimético debiera realizar las mismas funciones que un árbol en la naturaleza, que es al mismo tiempo, sombra, alimento (con semillas, hojas, ramas, flores, frutos, o corteza), cobijo, fertilizante del suelo y subsuelo, a la vez que consume el dióxido de carbono y emite oxígeno; además de todo esto, forma parte de jardines o paisajes⁷.

Por ende, para imitar a la naturaleza hay que analizarla en su conjunto, como sistema, considerando todos sus procesos. La naturaleza es rica en ejemplos que son imitados por el hombre, desde las mezquitas en África hasta los diseños de Gaudí⁸. En cuanto a la protección frente al medio ambiente y sus depredadores, Santibáñez Saucedo explica en su libro “Biodiseño”⁹ que los animales ofrecen una diversidad de soluciones compatibles.

Control de la temperatura

Al ser el nido, la madriguera, el habitáculo, el capullo, etc., un espacio que extiende las propiedades controlables de la temperatura animal, éste intenta mantenerlo a través de la implementación de otros elementos que contribuyan a no variar

de manera tan drástica este requerimiento. Para ello, distintas especies de aves utilizan musgo, líquenes, plumas, pelos, algodón, fibras vegetales, hojas, ramitas, etc., con el fin de lograr el aislamiento de los cambios bruscos de temperatura, así como para dar, de igual modo, una sensación de comodidad a sus usuarios en su interior. Sin embargo, esto no es exclusivo de las aves. También los insectos lo usan. Una de las especies más interesantes es la termita australiana *Amitermes meridionalis*, o también conocida como *magnetic termite* o *compass termite*, especie de insecto eusocial que orienta sus termiteros exactamente en dirección norte a sur, con el fin de recoger permanente la temperatura irradiada por el sol desde las mañana a la tarde. No obstante, cuando el sol se encuentra en el cenit y la temperatura en el ambiente se incrementa, la manera en que han solucionado formalmente esta situación es a través de la estrechez en su cara superior para enfatizar una forma inclinada que permita controlar el calor recibido, sugiriendo que “la forma en cuña puede tener la función de facilitar el intercambio gaseoso por el procedimiento de incrementar el área de superficie en relación con la proporción de masa”¹⁰.

Gestión del agua

Varias especies toman esto en cuenta para evitar el deterioro de sus habitáculos por la acción del moho o parásitos que pudieran afectar el equilibrio natural de sus inquilinos. Las termitas *Cubitermes*, de zonas húmedas y lluvias tropicales, realizan de forma convexa lo que se puede reconocer como el techo para que el agua escurra fácilmente. Realizan además pequeños orificios en los bordes de las partes finales de cada extremo de los techos, que funcionan como chimeneas para extraer el aire caliente del interior.

Impermeabilización y control de humedad

Según Pallasma¹¹ los colibríes recubren de líquenes y telarañas sus nidos para aislarlos de la humedad ya que estos materiales hacen que el agua de lluvia o rocío resbale con facilidad. La tela de araña provee de elasticidad al nido para la seguridad de los polluelos, ya que impide que se desgarre.

Ventilación y renovación del aire

Ésto se verá con mayor detalle más adelante en el abordaje de la naturaleza desde los procesos, cuando analicemos el caso de las termitas *Macrotermes bellicosus*.

Gestión de residuos

Varias especies de hormigas, marmotas y tejones construyen espacios especiales para sus residuos. Las abejas, en cambio, momifican con resina los animales que entran a la colmena para aislarlos del aire y evitar que lo contaminen. Otros animales tienen zonas especiales para sus deposiciones.

Técnicas constructivas

Las técnicas más habituales son el cobijo pre-construido, el esculpido y excavado, el apilamiento, el moldeado modelado y el moldeado extruido e hilado, el enrollado y plegado, el pegado, el tejido y el cosido. Las más interesantes para nuestro propósito son:

- El moldeado a partir de las propiedades naturales de un material. La facultad de moldear obliga a generar una forma diferente a la manifestada de manera inicial en ese material maleable. Esto implica, según Hansell, que el modelamiento de un material para generar una forma especial o el de extrudir significa que el material flexible excretado por el propio animal se traslada a través de un molde o matriz que le da forma particular.
- El modelado es utilizado por especies que pueden producir modificaciones por sus propios medios, como las abejas, que segregan láminas de cera para conformar las celdas que contendrán la miel recolectada o sus huevos. Para el dimensionamiento de las mismas utilizan el tamaño de sus antenas. El hornero, por su parte, transporta bolitas de barro, y la avispa tropical hace sus nidos colgantes con arcilla fina, dejando en ambos casos una abertura para acceder al interior.
- Extrusión o hilado es lo que utilizan la arañas, ejemplo ya conocido, pero también lo hacen algunas mariposas o moscas. Un ejemplo no tan común es el de salanganas, similares a las golondrinas, que hacen su nido a partir de su saliva que endurece en contacto con el aire.

Detalles constructivos y geométricos

Según Charles Darwin, las abejas comunes (*Apis mellifera*) resolvieron de un modo muy práctico la construcción de las celdas de sus colmenas con el menor gasto de material, cubriendo la mayor cantidad posible de superficie y construyendo hexágonos opuestos alternativamente entre sí, con bases formadas por tres láminas romboidales con ángulos de $109^{\circ} 28'$ y $70^{\circ} 32'$ (nótese que su suma da 180°), e inclinados entre sí un ángulo de 120° . La explicación más acertada sobre la cuestión es que esta forma es la que aprovecha al máximo el espacio con el mínimo

de material utilizado. Si tenemos en cuenta el triángulo, el cuadrado, el hexágono y el círculo, considerando un perímetro de 12 cm para cada uno de ellos tenemos que:

- el triángulo posee una superficie de $6,93 \text{ cm}^2$
- el cuadrado posee una superficie de $9,0 \text{ cm}^2$
- el hexágono posee una superficie de $10,39 \text{ cm}^2$
- el círculo posee una superficie de $11,46 \text{ cm}^2$

Si bien tanto el triángulo como el cuadrado no dejan espacios libres al combinarse en una trama, ambos cubren una superficie menor; la figura de mayor superficie es el círculo, pero deja vacíos importantes al relacionarse con otros, por lo que, finalmente, resulta ser el hexágono el que ofrece el mejor aprovechamiento del espacio.

Aun así, si lo vemos en tres dimensiones y colocamos esferas o cilindros con fondo redondeado de una sustancia flexible unos al lado de otros, veremos que naturalmente se conforman en una trama hexagonal en 2D o de prismas hexagonales en 3D, y que los espacios vacíos producen una acumulación de material que fortalece la trama a semejanza de nudos o cartelas. No obstante estos ejemplos, sigue siendo un misterio de la naturaleza la toma de decisiones de las abejas.

Existen, además, otras características en los panales de abejas que son peculiares. Por ejemplo, la existencia de una línea de nivelación que presenta una inclinación hacia arriba para que no se derrame la miel. Cuando terminan la celda la obturan adoptando diversas formas que, si son deprimidas contienen miel, si son redondeadas contienen una larva obrera, y si son abombadas contienen un zángano. En el abordaje de la naturaleza desde los sistemas haremos un análisis más detallado de la organización geométrica de los panales de abejas.

La *avispa excavadora* hace sus nidos en la arena. Llama la atención la similitud de sus nidos con las tumbas egipcias, tanto las que se encuentran dentro de pirámides como las subterráneas. La mayoría de estas tumbas tienen un eje central, un pasillo, a través del cual se accede a las distintas cámaras, teniendo una ubicación especial la cámara mortuoria donde se encontraban los sarcófagos. La tumba de Ramsés III (1186-1154 a. C.) tiene estas características.

Las termitas

Es probable que sean las termitas las que mayor cantidad de problemas de diseño hayan resuelto en la naturaleza. Han dado soluciones para problemas relacionados con los sistemas estructurales, con la humedad, la seguridad, la vialidad, la alimentación, la restauración y renovación, y sobre todo la ventilación (ya que son muy sensibles a los cambios bruscos de temperatura).

El hecho de mantener una temperatura estable en sus termiteros se considera una verdadera obra de ingeniería y un arte. Según la tesis doctoral de Santibáñez, entre las 2.000 especies de termitas conocidas, cada una tiene su propio diseño de termitero, que difiere en forma, tamaño, proporción, funcionalidad y estética, resistencia de materiales y técnicas de construcción. Existen con forma de cebolla (México), montaña (*Macrotermes Bellicosus*, Costa de Marfil), seta, pagoda, paraguas, (*Cubitermes*, selvas tropicales), paredes (*Amitermes meridionalis*, Australia), hongos, chimeneas, esferas, bolsa, cerebro, entre otras.

En relación con su proporcionalidad, las *Macrotermes Bellicosus* han superado por mucho al hombre, ya que se conocen termiteros que en proporción tendrían dos kilómetros de alto. Frank Lloyd Wright propuso en 1956 la torre *The Mile High Illinois*, de 1.609,34 metros de altura, y no se pudo construir por no tener resuelto el diseño y la instalación de ascensores.

En la Mezquita de Djnné (Mali), en Tombuctú (1906-1907), construida totalmente con adobe, considerada la más grande del planeta, se destaca su semejanza con los termiteros a escala humana.

Las esponjas de mar

Resulta significativo el ejemplo del esqueleto de una esponja del Pacífico occidental llamada *Euplectella aspergillum*, o “esponja de cristal”, que se aferra a la parte inferior del océano con miles de “espículas”, que son filamentos finos como cabellos.

Investigadores de la Universidad de Brown en Providence (Rhode Island) descubrieron una estructura compleja compuesta de filamentos de fibra de vidrio y biosilíce, lo que explica la resistencia de la esponja, su elasticidad y su flexibilidad. Vive desde los 40 metros hasta varios cientos de metros de profundidad en el mar. Lo más llamativo es la trama de su esqueleto. Es sumamente compleja, hecha con fibras cristalinas, con forma “hexactinélida”, conocidas vulgarmente como esponjas vítreas. Su esqueleto mineral está compuesto por espículas silíceas de seis radios que se cruzan en ángulo recto, llamadas “hexactinas”, lo que da nombre al grupo, del que se conocen unas 500 especies.

El esqueleto de *Euplectella* es una maravilla de la ingeniería, supera en rigidez a una estructura tubular similar hecha uniformemente de aluminio en dos órdenes de magnitud. Ello se debe a la ultraestructura a distintas escalas de dicho esqueleto. Las fibras no están hechas de dióxido de silicio puro y uniforme, sino que se forman por la agregación de capas sucesivas, otorgándole mucha más resistencia que si fuesen simplemente macizos. Las fibras se disponen siguiendo ejes longitudinales, transversales y finalmente diagonales según un patrón muy regular, lo que minimiza el efecto de las fuerzas de compresión, tracción y torsión. Estos ele-

mentos estructurales y, en concreto, las espículas basales, se comportan como una fibra óptica de unas propiedades tan excepcionalmente buenas -especialmente en lo que se refiere a flexibilidad- que ninguna de las que se han creado hasta la fecha es capaz de igualarla; la solidez impresionante de su esqueleto resiste a 500 atmósferas.

Concluimos afirmando que los animales construyen sus espacios resolviendo problemas ante necesidades evidentes con cierto grado de creatividad y calidad para protegerse del medio ambiente y de depredadores. Esto nos lleva a reflexionar en relación con el ser humano que, a lo largo de su evolución, ha perdido esa capacidad genética de resolución de problemas y creatividad. El ser humano, en su aspiración por innovar, progresar y hacer más tecnológico su accionar en la profesión, ha dejado de lado algunos de los objetivos más importantes y básicos para la vida de la humanidad.

Aprendiendo de la Naturaleza desde los sistemas

Las matemáticas no son un descubrimiento del genio humano. El hombre tan sólo constató su existencia en un sistema natural donde reinaba el orden, el ritmo y la proporción, y sintió la necesidad de crear una simbología adecuada que le permitiera interpretar, comprender y aplicar el conocimiento matemático. A continuación veremos un conjunto de esos conocimientos que, *a priori*, nos permitirá adentrarnos en el estudio de la naturaleza desde un enfoque sistémico, en el que abundan situaciones sorprendentes e insospechadas.

Los números primos

Los números primos son un caso particular en la familia de los números naturales que sólo son múltiplos de sí mismos y de la unidad. El único número primo par es el 2. Los demás todos son impares. Otra característica de esta familia de números es que, hasta la fecha, no se ha logrado enunciar ninguna fórmula capaz de determinar cómo obtener un número primo. Se sabe que existen en un entorno que va siguiendo los múltiplos de 6 +/- 1, pero su aparición sigue siendo espontánea, lo que significa que no todos los números que se encuentran en ese entorno sean necesariamente primos.

Euclides demostró que hay infinitos números primos, por lo que siempre habrá un número primo mayor que el denominado mayor primo conocido. A medida que avanza el tiempo y se cuenta con nuevos métodos de cálculo, siguen descubriéndose números primos, siendo $2^{77232917} - 1$ el más grande conocido hasta la fecha, descubierto en 2017 y cuenta con 23.249.425 dígitos.

Quizá la pregunta apropiada sería ¿tienen los números primos alguna injerencia en la vida común de los seres humanos para que su estudio tenga alguna trascendencia? Una aplicación directa de los números primos que tiene un significativo valor en las actividades cotidianas es el encriptamiento de los códigos que protegen las tarjetas de crédito. Asimismo, para garantizar la seguridad en el intercambio de información en la web se utiliza un algoritmo criptográfico desarrollado en 1977 por Rivest, Shamir y Adleman, del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT), identificado por las siglas de sus apellidos (RSA). Este algoritmo está basado en la factorización de números enteros en números primos, siguiendo la rutina de todo sistema criptográfico de clave pública: el usuario posee dos claves de cifrado, una pública y otra privada. Al enviar un mensaje, el emisor utiliza la clave pública del receptor, cifrando de este modo su mensaje. El receptor, al recibir el mensaje, lo descifra aplicando su clave privada. El sistema RSA consiste en representar los mensajes enviados mediante números enteros contruidos a partir del producto de dos números primos muy grandes elegidos al azar, mantenidos en secreto.

Aunque puede parecer muy fácil descubrir el código, a través de la descomposición del número entero en sus factores primos, en realidad no lo es, en la medida en que se trabaja con números primos de 100 dígitos que, al multiplicarlos, dan como resultado un número de tal magnitud que descomponerlo representa una tarea prácticamente imposible. Desde este punto de vista, los números primos resultan muy importantes para los negocios, las comunicaciones, los registros, etc., pues todas las transacciones comerciales que se realizan por internet dependen de ellos.

Hasta la fecha, conocer cómo se distribuyen, cómo se pueden obtener números primos cada vez más grandes, que puedan ser utilizados como clave criptográfica, sigue siendo el reto permanente para las tecnologías y para las propias matemáticas. Se trata de un desafío que plantea la famosa hipótesis de Riemann, conjetura que hasta ahora nadie ha sido capaz de resolver, pese al esfuerzo de los mejores matemáticos del mundo durante 159 años. Esta hipótesis fue planteada en 1859 por Bernhard Reinmann y trata de explicar, aunque su autor no pudo llegar a demostrarla, cómo podrían estar distribuidos los números primos. Si en algún momento alguien lograra hacerlo, esto complicaría la forma de hacer negocios y, sin duda, llegaría a afectar el futuro de la computación. A tal punto es así que, en el año 2000, el Instituto Clay de Matemática, de la Universidad de Cambridge (Massachussets) ha ofrecido un premio de un millón de dólares a quien lograra demostrar esa famosa conjetura.

La proporción áurea

“Se dice que una línea recta está dividida en el extremo y su proporcional cuando la línea entera es al segmento mayor como el mayor es al menor” (Euclides en *Los Elementos*). Este teorema, conocido vulgarmente como el de la media y extrema razón, se refiere a la división de un segmento en otros dos (a y b), tales que el segmento mayor (a) es proporcional al menor (b), de la misma manera que el segmento total (a + b) lo es al segmento mayor (a).

El valor de esta proporción es un número irracional denominado phi (ϕ)¹², conocido como el “número de oro”, cuyas características y propiedades son muy interesantes:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803... = \varphi \quad \chi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = -0,61803... = -\frac{1}{\varphi}$$

Una de esas propiedades es la conformación de una serie, conocida como “serie dorada”, en la que cada número de la misma es el resultado de sumar los dos anteriores:

$$\Phi^{-4} = 0,14589803375... = \Phi^{-6} + \Phi^{-5}$$

$$\Phi^{-3} = 0,23606797750... = \Phi^{-5} + \Phi^{-4}$$

$$\Phi^{-2} = 0,38196601125... = \Phi^{-4} + \Phi^{-3}$$

$$\Phi^{-1} = 0,61803398875... = \Phi^{-3} + \Phi^{-2}$$

$$\Phi^0 = 1 = \Phi^{-2} + \Phi^{-1}$$

$$\Phi = 1,61803398875... = \Phi^{-1} + \Phi^0$$

$$\Phi^2 = 2,61803398875... = \Phi^0 + \Phi$$

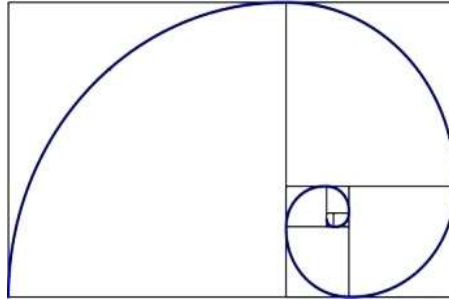
$$\Phi^3 = 4,23606797750... = \Phi + \Phi^2$$

$$\Phi^4 = 6,85410196625... = \Phi^2 + \Phi^3$$

Construyendo un rectángulo de base ϕ y altura 1, que llamaremos “rectángulo áureo”, podemos ir construyendo nuevos rectángulos áureos de dimensión menor, procediendo de la siguiente manera:

Tomando el lado menor del rectángulo, construimos un cuadrado de modo de dividirlo en éste y un nuevo rectángulo, que ahora tendrá como lado mayor el que antes fuera lado menor del rectángulo inicial, y como lado menor, el segmento que

resulte de restar al lado mayor del rectángulo inicial, su lado menor. Siguiendo sucesivamente este procedimiento hacia el interior del rectángulo áureo inicial, obtendremos como resultado el que se indica en la figura, en el que, además, hemos trazado una espiral que llamaremos “espiral dorada”.



Espiral dorada. Fuente: producción propia

Esta singular espiral no sólo representa una de las curiosidades de la proporción áurea, sino que además es el proceso de crecimiento armónico de los moluscos gasterópodos provistos de una concha espiral, como el *Nautilus Shell*.

La serie de Fibonacci

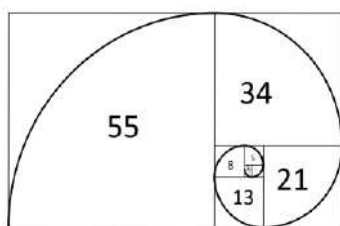
Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, preocupado por la descendencia de una pareja de conejos y de qué modo esta descendencia podría ir creciendo, estudió lo que pasaría si esta evolución se producía con una frecuencia determinada, descubriendo que existe un patrón cuyo resultado es una serie numérica, en la que cualquier número perteneciente a la serie es consecuencia de la suma de sus dos precedentes:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181...

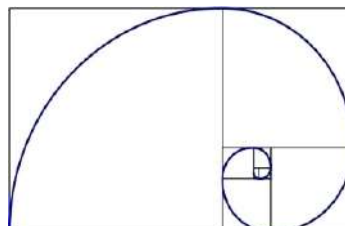
Del mismo modo que en el caso del rectángulo áureo, podemos construir otro rectángulo siguiendo un procedimiento similar, pero en sentido inverso.

Tomando como base un cuadrado de lado 1, le anexamos otro igual, obteniendo así un rectángulo de base 2 y altura 1. Adjunto a este rectángulo construimos un cuadrado de lado 1, y obtenemos un nuevo rectángulo de base 3 y altura 1. Ahora le anexamos un cuadrado de lado 1, lo que da por resultado un nuevo rectángulo de base 4 y altura 1. Continuando con este proceso, lo que iremos obteniendo serán rectángulos en los que sus lados pertenecen a algún par de la serie de Fibonacci, y uniendo los vértices de los rectángulos lograremos dibujar una espiral que, si la comparamos con la dorada, comprobaremos que existe una

similitud muy aproximada entre ambas.



Espiral de Fibonacci



Espiral dorada

Obsérvese la similitud existente entre ambas curvas. Fuente: Producción propia

Lo asombroso es que esta forma espiral también la encontramos con mucha frecuencia en la naturaleza, como, por ejemplo, en la distribución de las semillas en una flor del girasol o también en la Vía Láctea.

Además, si contamos las curvas en que se distribuyen las semillas de la flor, comprobaremos que su número, en un sentido, corresponde a uno de la serie de Fibonacci, y en el sentido contrario, al número siguiente.

Los números trascendentes

Se denomina “número trascendente” a todo número que no es algebraico, es decir, que no es solución de ninguna ecuación polinómica con coeficientes racionales.

Algunos ejemplos de números trascendentes son: π y e . Es mucho lo que puede decirse de π pero también es cierto que es harto conocido, de modo que nos limitaremos a sólo mencionarlo acá.

Aunque la lista es infinita, se dan acá los primeros dígitos del valor de π

$\pi = 3,141592653897932384\dots$

Por su parte, aparece en casi todas las ramas de la ciencia y de la tecnología y también en algunas situaciones de la vida:

- en economía, en el interés continuo.
- en química, en la desintegración radiactiva.
- en la naturaleza: en el crecimiento demográfico de una población.
- en arqueología para determinar la edad aproximada de cualquier objeto o fósil, mediante el carbono 14, $c-14$.
- en fenómenos con crecimiento y decrecimiento exponencial.
- en el crecimiento de una colonia de bacterias.
- en la absorción de los rayos X por la materia.
- en la ingesta de alcohol y conducción de vehículos.

Si bien la lista es infinita, se dan acá los primeros dígitos del valor de e :
 $e = 2,7182818284590452353...$

Los números complejos

Los números complejos son un invento de los matemáticos (un recurso) para resolver las ecuaciones correspondientes que no tienen ninguna solución real. Constituyen el resultado de la conjunción de un número real y uno imaginario y parten del número imaginario (i) del tipo:

$$i = \sqrt{-1}$$

En síntesis, los números complejos permiten representar situaciones de la realidad cuya descripción y tratamiento es posible gracias a sus propiedades:

- En el diseño de un ala de avión se logra una sección cuya forma permite que el aire fluya sin turbulencias.
- En el estudio de fractales.
- En áreas diversas de la ciencia y de la tecnología: comunicaciones, aeronáutica y astronáutica, diseño de circuitos, acústica, sismología, ingeniería biomédica, sistemas de generación y distribución de energía, control de procesos químicos y procesamiento de voz.
- Algunas magnitudes eléctricas de un circuito de corriente alterna se expresan utilizando la notación exponencial de los números complejos.
- En el movimiento ondulatorio, la amplitud de una onda armónica en función del tiempo es representada, en algunos casos, en notación compleja.

Las matemáticas en la naturaleza

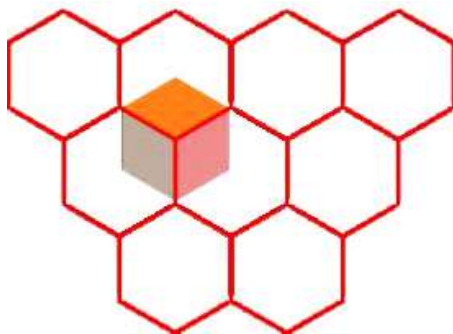
Los panales de las abejas están formados por celdas hexagonales. Desde hace siglos se tiene la convicción de que no existe otra forma que no sea el hexágono que aproveche al máximo el espacio con un consumo mínimo de material. No obstante, nunca nadie hubo podido decir por qué, hasta que en 1999 se logró demostrar matemáticamente y explicar sus ventajas en lo que se llamó la “conjetura del panal de abejas”¹³. Las celdas hexagonales permiten a las abejas aprovechar al máximo el espacio, construir un panal ligero y resistente con el mínimo de cera necesaria y, al mismo tiempo, almacenar la mayor cantidad posible de miel.

No resulta extraño que se considere al panal una obra maestra de la arquitectura, de tal modo que los diseñadores están imitando el panal para producir

estructuras resistentes con un óptimo aprovechamiento del espacio. En los genes de las abejas se ha mantenido latente, durante millones de años, el empleo de los hexágonos como las formas más eficaces para desarrollar sus panales.

Antes de pasar al siguiente tema, nos detendremos a analizar este caso particular del panal de las abejas. El principio que rige la generación de tramas en el espacio bidimensional, partiendo de polígonos regulares, es la coincidencia angular en el punto de concurrencia de éstos, lo que significa que la suma de los ángulos interiores perimetrales pertenecientes a los polígonos concurrentes sea 360° en el punto de concurrencia. Esta condición la cumplen sólo tres polígonos regulares si se trata de lograr una coincidencia angular utilizando en cada caso un solo tipo de figura. Son el triángulo, el cuadrado y el hexágono. No obstante, hemos visto que la selección hecha por las abejas responde a un criterio de economía de la sustancia y para ello han adoptado la trama hexagonal. Resulta aún más interesante este estudio cuando observamos no sólo cómo se ordenan las celdas entre sí, conformando una sumatoria organizada en un mismo plano (con sus caras orientadas hacia una dirección), sino cómo se imbrican por la parte opuesta con otra serie de celdas, también ordenadas según el mismo principio, pero con sus caras orientadas en sentido contrario.

Una manera simple de superponer ambos planos sería haciendo coincidir celda con celda, pero esto permitiría el desplazamiento de un plano según el otro. Ante la posibilidad de que esto suceda, las abejas han encontrado la solución, intercalando las celdas de modo que no exista coincidencia entre ambos planos. A cada centro de una celda de uno de los planos corresponde un vértice de concurrencia de las paredes de la celda en el plano opuesto, tal como se muestra en la figura siguiente:

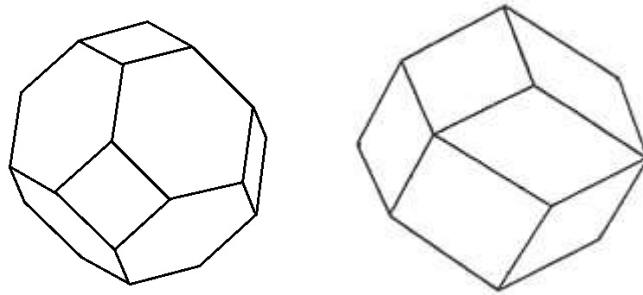


Ubicación alternada de las celdas en los dos planos superpuestos. Fuente: Producción propia

De igual manera, organizados así los dos planos, se mantendría el riesgo de desplazamiento Y es que el fondo de las celdas no conforman un plano sino que se fracciona en tres rombos que se inclinan un cierto ángulo adosándose uno con

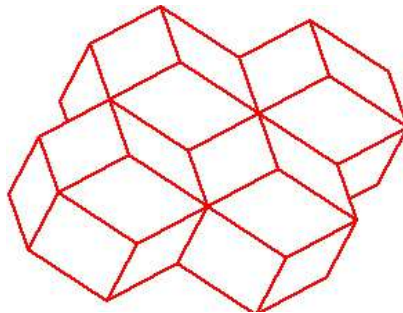
otro en forma de pirámide. Nos detenemos en este punto para exponer nuestra hipótesis, basada en los principios de equipartición del espacio¹⁴.

Del mismo modo que en un espacio de dos dimensiones el triángulo, el cuadrado y el hexágono son las únicas tres figuras que lo macizan por adición de polígonos de una misma especie, en el espacio de tres dimensiones existen cinco poliedros que hacen lo propio: el hexaedro, o cubo, los prismas triangular y hexagonal, un poliedro semiregular arquimediano¹⁵, el tetrakaidecaedro o poliedro de Lord Kelvin, y un poliedro recíproco¹⁶, el dodecaedro rómbico.



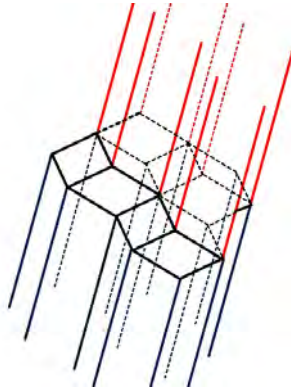
A la izquierda Poliedro de Lord Kelvin. A la derecha Dodecaedro rómbico. Fuente: Producción propia

La concurrencia de celdas de uno y otro plano se realiza precisamente aprovechando esta propiedad del dodecaedro rómbico de macizar el espacio de tres dimensiones.



Ensamble de dodecaedros rómbicos. Fuente: Producción propia

El encastre de celdas de uno y otro plano toma una sección de cada dodecaedro para lograr un ensamble perfecto, sin dejar intersticios y lograr una continuidad espacial digna del más experto de los diseñadores espaciales.



Detalle del encastre entre celdas de uno y otro plano. Fuente: Producción propia

Aprendiendo de la naturaleza desde los procesos

Cuando observamos la naturaleza, descubrimos que la creatividad humana ha sido superada sobradamente. Investigaciones recientes han descubierto que los humanos no fueron la primera especie en inventar varios de los mecanismos que le son atribuidos. La rueda, este supuesto “invento” que ha evolucionado y revolucionado en todos los ámbitos de la industria, ya ha sido aplicada por la naturaleza, muchos millones de años antes, en ámbitos microscópicos, imposibles de ser percibidos por el ojo humano sin la ayuda de instrumentos de precisión.

Y lo mismo sucede con algunos derivados, como las tuercas y tornillos, los engranajes, etc.

Tornillos y tuercas

El mecanismo de tuerca y perno que es empleado para atornillar una cosa a otra, es llevado a cabo por los gorgojos para unir sus piernas a sus cuerpos en lugar de usar la bola más familiar de articulación de zócalo. Científicos del Instituto de Radiación Sincrotrón en el Instituto de Tecnología de Karlsruhe (ANKA) y el Museo Estatal de Historia Natural en Karlsruhe en Alemania, dirigidos por Thomas van der Kamp, han estado estudiando al *Trigonopterus oblongus*, un género de 90 especies descritas de gorgojos no voladores que se originan en regiones de bosques tropicales de Nueva Guinea, Sumatra, Filipinas, Samoa y Nueva Caledonia.

El *Trigonopterus oblongus* es un género de gorgojos no voladores que se encuentra en un área entre Sumatra, Samoa, Filipinas y Nueva Caledonia. Tiene la particularidad de que su cadera no consiste en el gozne de costumbre, sino en articulaciones basadas en un sistema de tornillo y tuerca.

Engranajes

Otro ejemplo, en este caso de mecanismo de locomoción, lo tenemos en el *Issus coleoptratus*, un pequeño saltamontes que, si bien no puede volar, sí puede saltar, y lo hace muy bien gracias a que sus patas cuentan con un mecanismo especial en sus extremidades. Un grupo de biólogos del Reino Unido, con la ayuda de un microscopio electrónico de barrido, descubrió que dispone de «engranajes» en la base de sus patas. Es el primer animal del que se sabe que posee unas estructuras en el cuerpo que funcionan como engranajes, los cuales sincronizan el impulso de propulsión de las patas traseras. Este descubrimiento ha sido publicado en *Science*. No obstante, este mecanismo tiene una vida útil muy reducida, y va desapareciendo a medida que pasa del estado de ninfa al de adulto. A medida que crece desarrolla distintas técnicas de salto, y los despegues del insecto se hacen cada vez más rápidos, mientras va dejando atrás los engranajes.

Flagelo bacteriano

La rueda no está exenta de esta serie de hechos en que la naturaleza ha aventajado al hombre en su capacidad creativa. El flagelo bacteriano es una estructura filamentosa que sirve para impulsar la célula bacteriana, única, completamente diferente de los demás sistemas presentes en otros organismos, presentando una similitud notable con los sistemas mecánicos artificiales, y se compone de varios elementos que rotan del mismo modo que una hélice.

Posee un motor rotativo compuesto por proteínas, situado en el punto de anclaje del flagelo, impulsado por la fuerza motriz de una bomba de protones (iones de hidrógeno), que actúan a través de una membrana. El rotor puede girar a 6.000 hasta 17.000 rpm, No obstante, el filamento por lo general sólo alcanza 200 a 1.000 rpm.

El escarabajo de Namibia

Namibia es un estado africano ubicado al sudoeste de África. En él se encuentra un desierto considerado el más viejo de la tierra: el desierto de Namibia. Es uno de los lugares más cálidos del planeta, donde la temperatura alcanza los 60° C y apenas caen unas pocas gotas de lluvia entre los meses de octubre a marzo. No obstante, cada pocos días al año se producen nieblas matinales que les permite a algunas plantas obtener agua y, sobre todo, a un escarabajo específico de Namibia, del género *Stenocara*.

Cuando hay niebla, este pequeño animalito se encorva levantando el torso y se pone en posición frontal al viento, logrando de este modo extraer gotitas de agua

de la niebla que se condensa en su lomo, y la posición hace que se deslicen hacia su boca. Es notable el esfuerzo que hace para mantenerse suspendido sobre una pequeña duna y poder arquearse. El dorso del escarabajo tiene un aspecto cerúleo y rugoso que se mantiene siempre limpio, con una superficie que repele al agua, evitando mojarse, lo cual tiene mucho que ver con la forma de obtener el agua.

Sin embargo, la parte superior de las protuberancias hacen el efecto contrario, atrayendo el agua, de modo que poniéndose de cara al viento logra atrapar gotitas de agua que después caen a la zona que la repele y que no moja al animal, llegando intacta y sin evaporarse hasta su boca.

El efecto Doppler, el tren bala y el Martín Pescador

La velocidad del sonido es exactamente 343,5 m/s, (1.236,600 km/h). La luz camina un poco más deprisa, exactamente a 299.792,458 km/s. El efecto Doppler es el cambio de frecuencia aparente de una onda producida por el movimiento relativo de la fuente respecto a su observador. Debe su nombre al físico austriaco Christian Andreas Doppler, quién lo propuso en 1842. Un ejemplo de este efecto se puede encontrar en el caso de los aviones supersónicos. Cuando estos vehículos circulan a una velocidad inferior a la del sonido, éste se mantiene delante del avión. A medida que el jet aumenta su velocidad y va alcanzando la del sonido, éste se va acumulando progresivamente hasta que, al ser superado por la velocidad del avión, se produce un estallido y el sonido, que antes transitaba delante del jet, ahora va a la zaga.

En el Japón ocurría algo semejante en el caso de los trenes de alta velocidad, conocidos como “tren bala”, cuando éstos atravesaban algún túnel y comenzaba a emerger de ellos. Allí se producían turbulencias sonoras muy fastidiosas que molestaban los oídos de los pasajeros. El ingeniero japonés Eiji Nakatsu, al observar el proceso que seguía un simpático pajarito cuando se dedicaba a apresar su comida extraída con el pico desde el interior de un lago, le llamó la atención que en ese movimiento, el ave se sumergía en el agua sin provocar salpicaduras, lo que le permitía mantener fija la mirada sobre su presa en todo momento. El pájaro en cuestión es conocido con el nombre de Martín Pescador.

Nakatsu descubrió que el secreto de esto estaba en la anatomía del pico, diseñado de tal forma que, al introducirse en el agua, evitaba todo tipo de salpicadura y permitía al ave concentrar su mirada en la presa. Tomar en consideración esta anatomía y trasladarla al diseño de la trompa del tren bala fue la solución apropiada al problema de las turbulencias, que desaparecieron por completo.

Reflexiones finales

La biomimética pone a nuestra disposición un abanico de herramientas para un abordaje de la sustentabilidad inspirado en las formas, los procesos y los sistemas como lo hace la naturaleza, con total eficacia y eficiencia. La biomimética representa un nuevo enfoque en una sociedad acostumbrada a dominar o transformar la naturaleza. La posibilidad de aprender de la naturaleza e inspirarse respetuosamente en sus formas, procesos y sistemas, representa un nuevo paradigma en pleno desarrollo, que augura un futuro potencialmente más armónico entre naturaleza y sociedad.

NOTAS

¹ Melina Ángel. *Diseño regenerativo*. <http://mapica1988.blogspot.com/2011/03/ciudades-sostenibles-y-sustentables.html>.

² Citado por Silvester en su *Presidential Address to the British Assn.*, en 1868. Véase *Mathematical Papers* de Silvester, vol 2, p. 654.

³ Conferencia plenaria de Michael Atiyah, 1976, congreso del ICME (*International Commission Mathematics Education*) en Karlsruhe. IX Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas.

⁴ Merino Doncel, M^a J. Profesora de enseñanza secundaria:

<http://matematicasdemaria.blogspot.com.ar/search?q=Las+formas+con+curvatura+son+m%C3%A1s+abundantes+en+la+naturaleza,+las+formas+poli%C3%A9dricas+en+las+construcciones+humanas>. En la Tesis Doctoral: *Sustentabilidad en la Educación Superior basada en la Tecnología Educativa Apropia y Crítica*. Emma S. Prat. UNAM (Argentina).

⁵ Vedoya, D. E. & Hermida, M^a del C. (2013). *Principios Básicos para la estructuración del espacio*. Corrientes (Argentina): Ediciones del ITDAHU.

⁶ Pallasmaa, J. 'Arquitectura de lo Esencial, El Funcionalismo Ecológico de los Animales. From metaphorical to ecological functionalism'. En García Santibáñez, H. F. *BioDiseño. Aportes Conceptuales de Diseño en las Obras de los Animales*.

⁷ <http://2.bp.blogspot.com>

⁸ <http://apuntesdearquitecturadigital.blogspot.com.ar/2014/03/si-la-arquitectura-se-esfuerzo-durante.html>

⁹ Santibáñez Saucedo. *Biodiseño. Aportes Conceptuales de Diseño en las Obras de los Animales*. Tesis doctoral, Facultad de Arte de la Universidad de Barcelona, 2007.

¹⁰ Pallasmaa, J. *Arquitectura de lo Esencial, El Funcionalismo Ecológico de los Animales* (op. Cit).

¹¹ Pallasmaa, J. *Arquitectura de lo Esencial, El Funcionalismo Ecológico de los Animales* (op. Cit).

¹² Se aplica la letra phi al nombre del número de oro en homenaje a Fidias, el más famoso escultor de la antigua Grecia, por ser la inicial de su nombre.

¹³ La "conjetura del panal de abeja" lo fue hasta que se convirtió en un teorema matemático que sostiene que una red hexagonal en forma de panal de abeja es la mejor manera de dividir una superficie en regiones de igual área y con el mínimo perímetro total. Si bien la conjetura es atribuida a Pappus de Alejandría (c. 290-350 a. C.), el teorema fue demostrado por el matemático Thomas C. Hales (1999).

¹⁴ Vedoya, D. E. & Hermida, M^a del C. (2013). *Principios básicos para la estructuración del espacio*. Corrientes (Argentina): Ediciones del ITDAHU.

¹⁵ Los poliedros semiregulares arquimedianos se conocen así por haber sido Arquímedes de Siracusa quién los descubrió. Para más datos, consultar el libro de Vedoya & Hermida ya citado.

¹⁶ El dodecaedro rómbico es un poliedro compuesto por doce rombos regulares que concurren alternativamente tres y cuatro por vértice. Es recíproco del cuboctaedro, un poliedro semiregular arquimadiano que resulta de unir con segmentos los puntos medios de las aristas, tanto del hexaedro como del octaedro. Para más datos, consultar el libro de Vedoya & Hermida ya citado.

BIBLIOGRAFÍA

- BENYUS, J. M. (2012). *Biomímesis. Cómo la ciencia innova inspirándose en la naturaleza*. Barcelona: Tusquets Editores S.A.
- GHYKA, M. C. (1953). *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Buenos Aires: Editorial Poseidón
- MUÑIZ ALONSO, F., & ESPINOSA SÁNCHEZ, C. *La geometría fascinante del panal de miel*. Azuqueca: I.E.S. Recuperado de: http://www.arciPRESTE.org/users/wm0836/ma/recursos/geometria_del_panal_de_miel_bis.pdf
- PACIOLI, L. (1946). *La divina proporción*. Buenos Aires: Ed. Losada.
- PEARCE, P. (1979). *Structure in nature is a strategy for design*. Cambridge: The MIT Press.
- SANTIBÁÑEZ SAUCEDO, S. I. (2007). *Biodiseño. Aportes Conceptuales de Diseño en las Obras de los Animales*. Tesis doctoral, Facultad de Arte de la Universidad de Barcelona.
- SAUTOY, M, D. (2009). *Simetría, Un viaje por los patrones de la naturaleza*. Barcelona: Acantilado.
- SKINNER, S. (2007). *Geometría Sagrada*. Madrid: Gaia Ediciones.
- VEDOYA, D. E. (2014). *La transposición tecnológica. Introducción a la génesis de los procesos tecnológicos*. Saarbrücken: Editorial Académica Española.
- VEDOYA, D. E. (2014 b). *La transposición tecnológica. Una estrategia para el diseño y análisis de la obra arquitectónica con enfoque tecnológico*. Saarbrücken: Editorial Académica Española.
- VEDOYA, D. E. & HERMIDA, M. C. (2013). *Principios básicos para la estructuración del espacio*. Corrientes: Ediciones del ITDAH.
- WAGENSBERG, J. (2006). *A más cómo, menos por qué*. Barcelona: Tusquets Editores.
- WAGENSBERG, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets Editores.
- WAGENSBERG, J. (2002). *Si la naturaleza es la respuesta, ¿cuál era la pregunta?*. Barcelona: Tusquets Editores.